

Berechnung optimaler Steuerfunktionen für Übergangsvorgänge bei Asynchronmotoren

Dem Fachbereich Ingenieurwissenschaften der
Universität Erlangen-Nürnberg
zur Erlangung des Grades

DOKTOR-INGENIEUR

vorgelegt von

Christof Meier

Erlangen 1979

1979 № 2 72

Berechnung optimaler Steuerfunktionen für Übergangsvorgänge bei Asynchronmotoren

Dem Fachbereich Ingenieurwissenschaften der
Universität Erlangen-Nürnberg
zur Erlangung des Grades

DOKTOR-INGENIEUR

vorgelegt von

Christof Meier

Erlangen 1979



Als Dissertation genehmigt vom
Fachbereich Ingenieurwissenschaften
der Universität Erlangen - Nürnberg

Tag der Einreichung: 13. 12. 1978

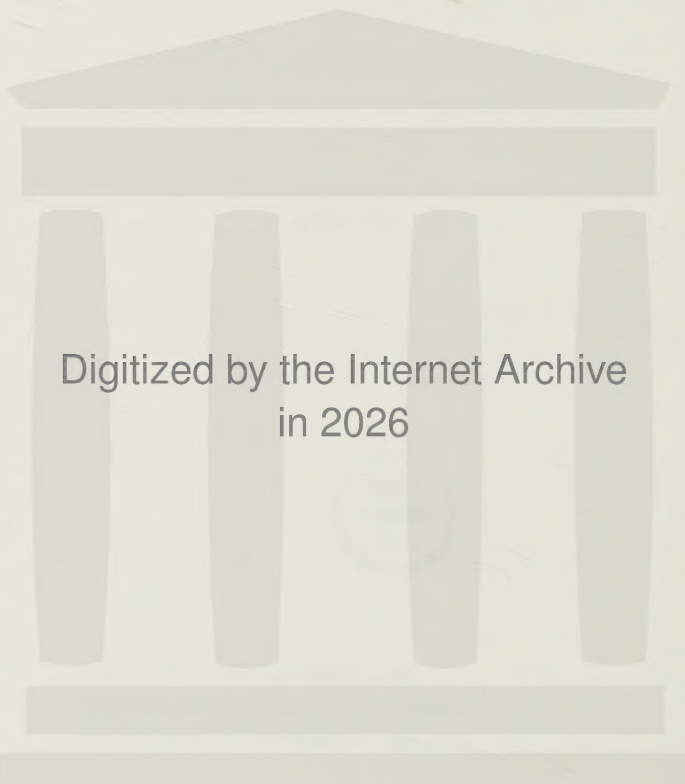
Tag der Promotion: 21. 5. 1979

Dekan: Prof. Dr.-Ing. D. Seitzer

Berichterstatter: Prof. Dr.-Ing. G. Pfaff

Prof. Dr. phil. nat. H. Schlitt

Für Anita



Digitized by the Internet Archive
in 2026

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Assistent am Institut für Elektrische Antriebe und Steuerungen der Universität Erlangen-Nürnberg.

Herrn Prof. Dr.-Ing. G. Pfaff möchte ich sehr herzlich für die Anregung zu dieser Arbeit, für seine Unterstützung und wertvollen Hinweise danken.

Herrn Prof. Dr.phil.nat. H. Schlitt danke ich für die Ermöglichung der Rechnungen am Hybridrechenzentrum des Institutes für Regelungstechnik, sowie für sein reges Interesse an der Arbeit.

Für die zahlreichen fruchtbaren Diskussionen und die kameradschaftliche Zusammenarbeit bin ich Herrn Dr.-Ing. M. Abbé sowie meinen Freunden und Kollegen an der Universität Erlangen-Nürnberg sehr dankbar.

Nicht zuletzt gilt mein besonderer Dank meiner Frau für die Niederschrift des Manuskriptes und die Erstellung der Bilder.

Inhaltsverzeichnis

Seite

1.	Einleitung	1
2.	Einführung	5
2.1	Die Grundgleichungen der Maschine	5
2.2	Näherungsweise Berücksichtigung der Streuwegsättigung	9
2.3	Die Zustandsgleichungen der Asynchronmaschine	14
3.	Betrieb des Asynchronmotors mit variabler Drehzahl	16
3.1	Grundverfahren	17
3.2	Regelungskonzepte zur Erzielung dynamisch hochwertiger Antriebe	27
3.3	Die Frage nach der optimalen Führung der Maschine für dynamische Vorgänge	29
4.	Formulierung der Optimierungsaufgabe	32
4.1	Die Gütefunktion	32
4.2	Zusammenfassung des mathematischen Ansatzes	34
5.	Festlegung einer geeigneten Optimierungsstrategie	38
5.1	Mathematische Grundlagen	38
5.1.1	Die klassische Variationsrechnung	38
5.1.2	Das Maximumprinzip von Pontrjagin	42
5.2	Numerische Verfahren zur Lösung der Optimalitätsgleichungen - Aufsuchen eines Lösungsweges	43
6.	Das Gradientenverfahren	45
6.1	Ableitung des Iterationsverfahrens	45
6.2	Die Begrenzung von Steuer- und Zustandsvariablen	48
6.3	Die Berechnung des Adjungierten Systems	52

6.4	Der Rechenzyklus	54
6.5	Auswahl einer geeigneten Rechenanlage	54
7.	Berechnung optimaler Übergangsvorgänge für die Drehzahl	57
7.1	Einführung	57
7.2	Das kanonische Gleichungssystem	61
7.3	Die Strukturbilder für das System des Asynchronmotors und das Adjungierte System	71
7.4	Berechnung zeitoptimaler Beschleunigungsvorgänge	74
7.4.1	Rechnung mit fester Endzeit t_1	74
7.4.2	Berechnung optimaler Steuerfunktionen für feste Anfangswerte und Führung des Ständerspannungsraumzeigers ohne bzw. mit Phasensprung	80
7.4.3	Berechnung des optimalen Startwinkels für den Ständerspannungsraumzeiger bei erregter Maschine	86
7.4.4	Rechnung mit einer Konstantwertnäherung für σ	91
7.4.5	Rechnung mit freier Endzeit t_1	93
7.4.6	Der Einfluß der Ständerflußgrenze auf den Beschleunigungsvorgang	98
7.4.7	Minimierung des Ständerstromes	101
7.5	Berechnung zeitoptimaler Bremsvorgänge	105
7.5.1	Rechnung mit fester Endzeit t_1	106
7.5.2	Rechnung mit freier Endzeit t_1	109
7.6	Berechnung zeitoptimaler Reversiervorgänge	111
8.	Berechnung zeitoptimaler Übergangsvorgänge für den Drehwinkel ϑ	123
8.1	Einführung und Formulierung der Gütefunktion	123
8.2	Drehwinkelvorgänge mit bzw. ohne Drehzahlbegrenzung	127

9.	Untersuchung des Konvergenzverhaltens	134
9.1	Vorbemerkung	134
9.2	Die Wirkung verschiedener Anteile der Gütefunktion auf den Iterationsprozeß	137
9.2.1	Konvergenzprobleme bei Begrenzung von Zustandsgrößen und Rechnung mit unterschiedlichen Startfunktionen	145
9.2.2	Führung der Gewichtungsfaktoren	152
10.	Diskussion und Systematisierung wichtiger Ergebnisse aus antriebstechnischer Sicht	155
10.1	Zeitoptimaler Beschleunigungsvorgang	156
10.2	Zeitoptimaler Bremsvorgang (Stillsetzvorgang)	169
11.	Beschleunigungsvorgänge bei linearen Drehzahlregelungen	174
12.	Zusammenfassung	184
	Literaturverzeichnis	186
	Verzeichnis der Formelzeichen und Benennungen	190
Anhang 1	Abschätzung der Anteile, die bei Bildung des Adjungierten Systems vernachlässigt werden mußten	193
Anhang 2	Referenzergebnisse und Startfunktionen	196
Anhang 3	Daten des betrachteten Asynchronmotors	201
Anhang 4	Zusammenstellung der Normierungsfaktoren des per unit Systems	202

1. Einleitung

Der Einsatz des Asynchronmotors mit Kurzschlußläufer in Antrieben mit variabler Drehzahl ist nur bei Speisung des Motors aus einem Drehspannungssystem mit veränderlicher Frequenz und Amplitude möglich. Die apparativen Voraussetzungen für die Bildung eines solchen Drehspannungssystems wurden durch die Entwicklungen in der Leistungselektronik bereits seit einiger Zeit geschaffen. Die Vorteile des Asynchronmotors mit Kurzschlußläufer sind hinlänglich bekannt. Entscheidend für den Betrieb des Asynchronmotors bei veränderlicher Drehzahl ist die Frage, wie die Steuergrößen des Motors, also die Amplitude und die Frequenz der Ständerspannung, zu führen sind. Die Beantwortung dieser Frage muß in Hinblick auf die gestellten Anforderungen erfolgen, denen der Antrieb bei stationärem Betrieb und transienten Vorgängen genügen soll. Ob die Führung der Steuergrößen direkt nach entsprechenden Steueralgorithmen oder durch eine überlagerte Regelung erfolgen soll, muß von Fall zu Fall entschieden werden.

Bei vielen Anwendungen spielt die erzielbare Dynamik des Antriebes eine wesentliche Rolle. Hier wurden mit dem stromrichter gespeisten Gleichstrommotor bemerkenswerte Ergebnisse erzielt, wobei sich insbesondere Sonderbauformen der Gleichstrommaschine mit kleinen Trägheitsmomenten für Servoantriebe in Verbindung mit leistungsfähigen Regelungsverfahren auszeichnen. Betrachtet man vor diesem Hintergrund die Möglichkeit des Einsatzes eines Asynchronmotors mit Kurzschlußläufer, so wäre dieser Motor mit dem vergleichsweise noch kleinerem Trägheitsmoment des Kurzschlußläufers ebenfalls aus mechanischer Sicht für den Einsatz in reaktionsschnellen Antrieben prädestiniert. Dagegen gestaltet sich die Führung des Asynchronmotors in elektrischer Hinsicht weit schwieriger. Hier kann nicht wie beim Gleichstrommotor zur gewünschten Drehmomentbildung direkt auf das Feld und den Ankerstrom zugegriffen werden, vielmehr muß die Führung der Maschine ausschließlich durch Beeinflussung der Ständergrößen erfolgen. Die zur Drehmomentbildung nötigen Läuferströme werden erst durch Induktion über die Kopplung durch das Drehfeld in der Maschine aufgebaut. Bereits aus diesem physikalischen Hintergrund ist abzulesen, daß sich die Führung der Asynchronmaschine nach weit schwierigeren Steuergesetzen gestalten muß, als dies bei der Gleich-

strommaschine der Fall ist. Betrachtet man stationäre Betriebsbedingungen, so lassen sich aus der Notwendigkeit, daß der Fluß in der Maschine hinsichtlich seiner Größe in einem vorgegebenen Bereich gehalten werden muß, Gesetzmäßigkeiten herleiten, die eine Führung der Ständerspannungsamplitude in Abhängigkeit von der Ständerfrequenz und der Belastung ermöglichen. Zur Erzielung eines auch in dynamischer Hinsicht befriedigenden Antriebes reichen diese einfachen Betrachtungen nicht aus. In der Vergangenheit wurden verschiedene gute Regelungskonzepte vorgestellt, die auch ein günstiges dynamisches Verhalten zeigen. Wesentliches Merkmal dieser Verfahren ist das Bestreben, eine betrags- und phasenrichtige Führung der Ständerspannung in der Weise zu erreichen, daß der Ständerstrom stets in einer definierten Winkellage in Relation zum Fluß in der Maschine fließt. Der erforderliche Aufwand, gekennzeichnet z.B. durch notwendige Feldmessungen und eine komplexe Regelungsstruktur sowie Parameterempfindlichkeiten werfen dabei einige noch zu lösende Probleme auf.

Zur Klärung der Frage, wie die Führung der Steuergrößen der Maschine zur Ausführung transients Vorgänge erfolgen muß, soll in der vorliegenden Arbeit ein neuer Weg beschritten werden. Der Ausgangspunkt der Betrachtungen leitet sich dabei aus den Anforderungen her, die an den transienten Vorgang selbst gestellt werden. Zur Erzielung eines reaktionsschnellen Antriebes kann eine Zielsetzung beispielsweise lauten: ein Übergangsvorgang für die Drehzahl soll in minimaler Zeit, auch zeitoptimal genannt, ablaufen. Verallgemeinert man diese Zielsetzung in der Weise, daß man fordert, der transiente Vorgang möge in einem vorgegebenen Sinne optimal ablaufen, dann läßt sich die Frage nach der Führung der Steuergrößen des Asynchronmotors wie folgt formulieren:

Wie müssen die Steuergrößen der Maschine, also die Amplitude und die Frequenz des speisenden Drehspannungssystems, zeitlich geführt werden, damit ein Übergangsvorgang des Motors in einem gewünschten Sinne optimal verläuft und vorgegebene Grenzbedingungen eingehalten werden?

Der Einblick in die inneren Zusammenhänge der Maschine läßt schnell erkennen, daß die Amplitude der Ständerspannung zur Ausführung eines zeitoptimalen Drehzahlvorganges etwa proportional zur Ständerfrequenz zu führen ist und die Ständerfrequenz wiederum in Relation zur Drehzahl so, daß sich eine Läuferfrequenz einstellt, die etwa der Kippläuferfrequenz

(folgend aus dem Kippschlupf) entspricht. Diese in Anlehnung an das stationäre Verhalten zu gewinnenden Aussagen sind jedoch für die Erzielung optimaler dynamischer Vorgänge mit schnellen Drehmomentänderungen völlig unzureichend. Die Frage nach der optimalen Führung der Maschine ist auch durch eine einfache Simulation nicht zu lösen, da die Unbekannten ja gerade die Steuerfunktionen der Maschine selbst sind.

Die Zielsetzungen an einen transienten Vorgang lassen sich mathematisch in einer den Übergangsvorgang bewertenden Gütefunktion erfassen. Der Begriff *o p t i m a l* sagt dann aus, daß die zeitliche Führung der Steuerfunktionen der Maschine in der Weise gesucht wird, daß die Gütefunktion einem Minimum (oder Maximum) zugeführt wird. Das besondere Kennzeichen der oben formulierten Fragestellung ist, daß die gesuchten optimalen Steuergrößen Funktionen der Zeit sind. Aus mathematischer Sicht stellt sich damit diese Aufgabenstellung als Variationsproblem dar.

In der Regelungstechnik, insbesondere bei der Lösung linearer Optimierungsprobleme hat die Variationsrechnung und die Erweiterung der Variationsrechnung für beschränkte Steuerfunktionen, das Maximumprinzip von Pontrjagin, bereits seit einigen Jahren Anwendung gefunden. Die besondere Problematik ist im vorliegenden Fall einerseits durch das in mehrfacher Hinsicht nichtlineare Verhalten des Asynchronmotors gekennzeichnet: die Drehmomentbildung erfolgt nach nichtlinearen Gesetzmäßigkeiten und durch Sättigungserscheinungen im Eisen ergeben sich nichtlineare Verhältnisse bei der Ausbildung des magnetischen Feldes in der Maschine. Um diese Sättigung und generell die Belastung der Maschine in zulässigen Grenzen zu halten, muß die Suche nach den optimalen Steuerfunktionen darüber hinaus so erfolgen, daß vorgegebene Grenzwerte für die Zustandsgrößen der Maschine eingehalten werden.

Betrachtet man das umfangreiche System des Asynchronmotors, so ist offensichtlich, daß die Lösung dieser Optimierungsaufgabe unter den oben skizzierten Randbedingungen nicht in einem Schritt, sondern nur iterativ erfolgen kann. Es wurden verschiedene Verfahren entwickelt, welche die iterative Lösung von Variationsproblemen gestatten, jedoch sind wegen der hier vorliegenden Komplexität der Problemstellung nicht alle Verfahren anwendbar. Mit Hilfe des Gradientenverfahrens gelingt es,

unter Einsatz einer Digital- oder Hybridrechenanlage optimale Steuerfunktionen zu berechnen. Die Benutzung einer Hybridrechenanlage ist besonders vorteilhaft, da auf dem Analogteil eine schnelle Lösung der Differentialgleichungen erfolgen kann, während der Digitalrechner die Aufgaben der Speicherung von Funktionen und die Ausführung der Optimierungsstrategie übernimmt.

Die vorgestellten Simulationsergebnisse zeigen, wie die Zeitfunktionen der Steuervariablen zur Erzielung zeitoptimaler Drehzahl- und Drehwinkelvorgänge unter Einhaltung verschiedener Grenz- und Randbedingungen geführt werden müssen. Darüberhinaus ermöglichen die Ergebnisse Aussagen, die weit über die direkte Betrachtung der optimalen Zeitfunktionen hinausgehen. Neben der Klärung der optimalen internen Maschinenvorgänge werden die Erfordernisse deutlich, die an die dynamische Leistungsfähigkeit und Belastbarkeit von Speiseeinrichtung und Maschine zu stellen sind. Lassen sich auch die Resultate aus Optimierungsrechnungen nicht unmittelbar in Regelungsstrukturen umsetzen, so können sie doch als Hilfsmittel zur Beurteilung bestehender oder projektierter Regelungsanordnungen herangezogen werden. Hierzu ist von großem Nutzen, daß über die individuelle Formulierung der Gütefunktion die Möglichkeit besteht, Optimierungsrechnungen mit den verschiedensten Zielsetzungen zu behandeln.

2. Einführung

2.1 Die Grundgleichungen der Maschine

Für die Beschreibung des dynamischen Verhaltens der Asynchronmaschine steht ein seit längerem bekanntes Differentialgleichungssystem zur Verfügung. Dabei wird von verschiedenen, in der Literatur allgemein eingeführten Voraussetzungen bzw. Idealisierungen ausgegangen, wovon die für die vorliegende Arbeit wesentlichen hervorgehoben seien. /25/

- Den Ausgangspunkt stellt die im Ständer und Läufer symmetrisch aufgebaute dreisträngige Wicklungsanordnung dar. Von der räumlich annähernd trapezförmigen Feldverteilung jedes Wicklungsstranges wird nur die Grundwelle betrachtet.
- Die Wicklung eines Kurzschlußläufers wird stromverdrängungsfrei und auf eine dreisträngige Anordnung reduziert angenommen.
- Eisen- und Reibungsverluste werden vernachlässigt. Die durch die Sättigung verursachten nichtlinearen Eigenschaften des Eisens werden näherungsweise berücksichtigt, wie im folgenden Abschnitt ausgeführt wird.
- Die Beschreibung der Spannungen, Flüsse und Ströme erfolgt mit Hilfe der von Kovács /20/ eingeführten Darstellung durch Raumzeiger (in der Literatur auch Raumvektoren genannt). Hierbei sind die Größen aller Variablen und Konstanten normiert und die Normierungsfaktoren aus den Nennwerten der Maschine abgeleitet (per unit System). Die einzelnen Normierungsfaktoren sind im Anhang zusammengestellt. Es sei besonders betont, daß auch die Zeit in den Gleichungen normiert erscheint. Dagegen wird um einer besseren Anschaulichkeit willen in den Beispielen für die betrachteten Maschinenvorgänge die Echtzeit angegeben.

Zunächst werde nun die Beschreibung der speisenden Ständerspannung näher betrachtet. Ausgehend von den in allgemeiner Form angeschriebenen Strangspannungen für den Ständer

$$u_{a1}(t) = \hat{u}_1(t) \cos (\lambda(t) + \lambda_0)$$

$$u_{b1}(t) = \hat{u}_1(t) \cos (\lambda(t) - \frac{2\pi}{3} + \lambda_0) \quad (2.1)$$

$$u_{c1}(t) = \hat{u}_1(t) \cos (\lambda(t) + \frac{2\pi}{3} + \lambda_0) ,$$

ergibt sich der Raumzeiger der Ständerspannung im ständerfesten Koordinatensystem (siehe Bild 2.1) zu

$$\underline{u}_1(t) = \hat{u}_1(t) e^{j(\lambda(t) + \lambda_0)} . \quad (2.2)$$

Die Speisespannung der Maschine wird also gekennzeichnet durch die Amplitude $\hat{u}_1(t)$ und den Drehwinkel $\lambda(t)$. Mit λ_0 kann die Anfangsphase der Spannung festgelegt werden. Für die zeitliche Ableitung des Drehwinkels wird

$$\frac{d\lambda(t)}{dt} = \omega_1(t) \quad (2.3)$$

eingeführt und als Kreisfrequenz der Ständerspannung bezeichnet. Diese Bezeichnung soll der Einfachheit halber auch für $\omega_1(t) \neq \text{konst}$ beibehalten bleiben.

In der vorliegenden Arbeit werden dynamische Vorgänge in dem Zeitintervall

$$0 \leq t \leq t_1 \quad (2.4)$$

betrachtet. Die Amplitude $\hat{u}_1(t)$ und die Kreisfrequenz $\omega_1(t)$ sollen im Inneren dieses Zeitintervalls stetige Zeitverläufe aufweisen. Damit ist auch $\lambda(t)$ für $0 < t < t_1$ stetig. Bei $t = 0$ und $t = t_1$ wird angenommen, daß $\hat{u}_1(t)$, $\lambda(t)$ und $\omega_1(t)$ springen können. Für einen Sprung in der Phasenlage bei $t = 0$ besteht weiterhin die Möglichkeit, diesen durch Festlegung der Anfangsphase λ_0 zu berücksichtigen, worauf in Kapitel 7.4.3 bei der Behandlung eines Sonderfalles ausführlich eingegangen wird. Ohne zu große Einschränkungen kann hier zunächst $\lambda_0 = 0$ gesetzt werden, womit

$$\underline{u}_1(t) = \hat{u}_1(t) e^{j\lambda(t)} \quad (2.5)$$

folgt.

An diesem Raumzeiger wird das für alle Größen gültige Koordinatensystem mit seiner α -Achse (reelle Achse) fest orientiert. Die imaginäre Achse wird als β -Achse bezeichnet. Das Koordinatensystem läuft dann mit dem Drehwinkel $\lambda(t)$ bzw. der Kreisfrequenz $\omega_1(t)$ um: Bild 2.1

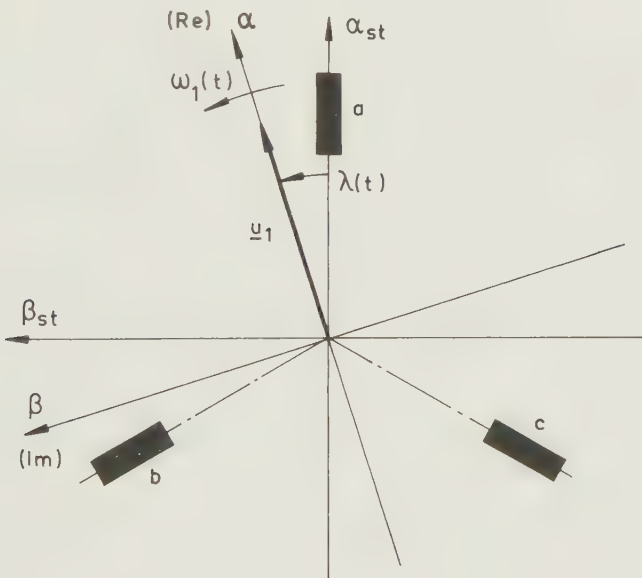


Bild 2.1 Orientierung des synchron mit dem Ständerspannungsraumzeiger $\underline{u}_1$ rotierenden Koordinatensystems

Obwohl $\hat{u}_1(t)$ mit dem Begriff Amplitude bezeichnet wird, sollen hier allgemein negative Werte $\hat{u}_1(t) < 0$ nicht ausgeschlossen werden. Wie Bild 2.2 zeigt, ergibt sich beim Übergang von $\hat{u}_1(t) > 0$ auf $\hat{u}_1(t) < 0$ ein Phasensprung von 180° in der Lage des Ständerspannungsraumzeigers und in den einzelnen Phasenspannungen. In Sonderfällen werden Werte $\hat{u}_1(t) < 0$ durchaus ihre Berechtigung haben. (Siehe Kap. 7.5 und 7.6)

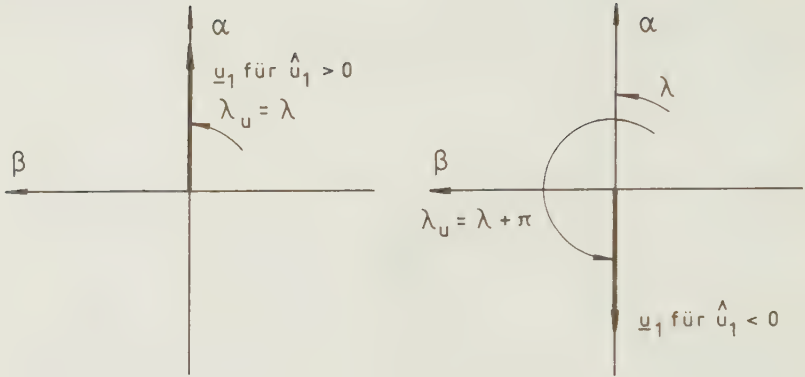


Bild 2.2 Lage des Raumzeigers $\underline{u}_1$ im α - β -Koordinatensystem für $\hat{u}_1 > 0$ bzw. $\hat{u}_1 < 0$

Wie unter anderem in /25/ dargestellt wird, ergeben sich nun in dem synchron mit $\underline{u}_1$ rotierenden Koordinatensystem die Grundgleichungen der Asynchronmaschine:

$$\hat{u}_1 = R_1 \underline{i}_1 + \frac{d\underline{\Psi}_1}{dt} + j\underline{\Psi}_1 \omega_1 \quad (2.6.1)$$

$$0 = R_1 \underline{i}_2 + \frac{d\underline{\Psi}_2}{dt} + j\underline{\Psi}_2 (\omega_1 - n) \quad (2.6.2)$$

$$\underline{\Psi}_1 = X_1 \underline{i}_1 + X_h \underline{i}_2 \quad (2.6.3)$$

$$\underline{\Psi}_2 = X_2 \underline{i}_2 + X_h \underline{i}_1 \quad (2.6.4)$$

$$\underline{d}_M = \underline{\Psi}_1 \times \underline{i}_1 \quad (2.6.5)$$

$$\underline{d}_M - \underline{d}_L = T_A \frac{dn}{dt} \quad (2.6.6)$$

$$\frac{d}{dt} \vartheta = n \quad (2.6.7)$$

Bevor diese Gleichungen in die endgültige Zustandsform gebracht werden

können, muß noch festgelegt werden, wie die Sättigungseinflüsse im magnetischen Kreis berücksichtigt werden sollen. Hierauf wird im nächsten Abschnitt eingegangen.

2.2 Näherungsweise Berücksichtigung der Streuwegsättigung

Der Berücksichtigung der nichtlinearen magnetischen Eigenschaften des Eisens, also der Sättigung, stellen sich prinzipielle Schwierigkeiten entgegen. Die Sättigung der einzelnen Eisenwege in der Maschine hängt von der jeweiligen Größe der Induktion im Eisen und damit von der Feinstruktur des Feldverlaufes und den konstruktiven Merkmalen der Maschine ab. Hierbei muß beachtet werden, daß die räumliche Feldverteilung in der Maschine zunächst durch das Hauptfeld, welches den Luftspalt durchsetzt und mit den Ständer- und Läuferwicklungen verkettet ist, bestimmt wird. Dazu werden bei Belastung der Maschine durch den Strom in den Ständer- und Läuferwicklungen Streufelder überlagert, deren Feldlinien sich weitgehend im Bereich der Nuten bzw. Zähne ausbilden. Die Sättigung des Eisens wird nun an jedem Punkt individuell durch die sich nach Überlagerung der Einzelfelder ergebende Induktion bestimmt.

Diese räumlich verteilten Phänomene können im hier vorliegenden Fall, in dem die Feldverhältnisse in der Maschine nur über integrale Feldgrößen, den Hauptfluß Ψ_h und den aus diesem Hauptfluß und den Streuflußanteilen gebildeten Raumzeigern für den Ständerfluß Ψ_1 und den Läuferfluß Ψ_2 beschrieben werden, nur näherungsweise und stark vereinfacht berücksichtigt werden. Wie unter anderem in der Arbeit von Franz /12/ gezeigt wird, lassen sich jedoch auch bei der Beschreibung der Maschine mit konzentrierten Elementen (den Reaktanzen) sowie Raumzeigern und einer damit verbundenen globalen Erfassung der Sättigungseinflüsse sehr gute Simulationsergebnisse dynamischer Vorgänge erzielen. Erleichtert wird die Behandlung dadurch, daß der Sättigungseinfluß, der durch das Hauptfeld verursacht wird, von dem, der durch die Streuflüsse hervorgerufen wird, als entkoppelt angesehen werden kann, wie bei Stiebler /33/ dargestellt ist.

Einfluß der Hauptfeldsättigung

Der Hauptfluß wird über den Luftspalt, die Zahnschäfte und das Joch im

Ständer und Läufer geführt. Bei einem Betrieb mit zu großer Ständerspannungsamplitude tritt nun mit der damit verbundenen Erhöhung des Hauptfeldes primär eine Sättigung der Zahnschäfte in Erscheinung. Diese Sättigung bewirkt ein Ansteigen des Magnetisierungsstromes

$$i_{\mu} = |i_{\mu}| \text{ mit } i_{\mu} = i_1 + i_2 \quad (2.7)$$

und der Eisenverluste.

Da die Größe des Magnetisierungsstromes bei den hier zu betrachtenden transienten Vorgängen mit den zugehörigen großen Werten für den Ständer- und Läuferstrom von untergeordneter Bedeutung ist, soll in Hinblick auf eine notwendige Reduktion des Rechenaufwandes eine Berücksichtigung der Hauptfeldsättigung entfallen. Damit sich auf Grund dieser Vernachlässigung keine unzulässig hohen Fehler in der Berechnung ergeben, wird dafür Sorge getragen, daß das Hauptfeld in der Maschine nicht über einen gewissen Grenzwert hinaus anwächst. Im vorliegenden Fall wird angenommen, daß eine magnetische Hauptfeldbelastung im Bereich $\Psi_{h\max} \approx 1,0 - 1,2$ zulässig ist.

Es soll hier bereits erwähnt werden, daß im Rechenverfahren später nicht Ψ_h , sondern die Größe des Ständerflusses Ψ_1 begrenzt wird. Da jedoch in den zu behandelnden Fällen $\Psi_1 \geq \Psi_h$ gilt, wird damit gleichzeitig die angestrebte Hauptfeldbegrenzung erwirkt. Unter Einhaltung dieser Randbedingungen kann hier

$$X_h = \text{konst} \quad (2.8)$$

gesetzt werden.

Berücksichtigung der Streuwegsättigung

Wie bei Dabbous /8/ und /9/ dargestellt wird, durchsetzen die Streuflüsse in erster Linie die Nut und den Zahn im Bereich des Zahnkopfes quer zur Nut. Der am stärksten magnetisch belastete Teil ist damit auf Grund des geringen Eisenquerschnittes der Zahnkopf in der Umgebung des Nutschlitzes und somit am stärksten der Sättigung unterworfen. So läßt sich die Wirkung der Sättigung anschaulich durch eine scheinbare Aufweitung dieses Nutschlitzes deuten. Da der Hauptfluß mit seinem Feldverlauf diesen Bereich in der Umgebung des Nutschlitzes kaum durchsetzt, ist die Rückwirkung

auch einer starken Streufeldsättigung auf den Hauptfluß gering, was die Berechtigung zur getrennten Betrachtung von Haupt- und Streufeldsättigung unterstreicht.

Da im vorliegenden Fall während der transienten Vorgänge Ständerströme zu erwarten sind, deren Größe weit über dem Nennstrom der Maschine liegt, ist hier eine Berücksichtigung der damit erheblichen Streuwegsättigung unerlässlich. Wie u.a. bei Stiebler /33/ ausgeführt wird, läßt sich die Streuwegsättigung durch eine Änderung der zugehörigen Streureaktanzen in Abhängigkeit vom Betrag des Ständerstromraumzeigers i_1 durch

$$X_{1\sigma} = X_1 - X_h = X_{1\sigma}(i_1) \quad (2.9)$$

für die Ständerstreuung und

$$X_{2\sigma} = X_2 - X_h = X_{2\sigma}(i_1) \quad (2.10)$$

für die Läuferstreuung berücksichtigen. Unter Einführung des totalen Streukoeffizienten

$$\sigma = 1 - \frac{X_h^2}{X_1 X_2} \quad (2.11)$$

lassen sich die Abhängigkeiten (2.9) und (2.10) mit (2.8) auf

$$\sigma = \sigma(i_1) \quad (2.12)$$

reduzieren.

Für die Ermittlung der Abhängigkeit (2.12) bietet sich eine einfache messtechnische Möglichkeit. Die stationäre Größe des Kurzschlußstromes I_{1K} der Maschine wird bei fester Kreisfrequenz ω_1 in Abhängigkeit von der Ständerspannung U_1 gemessen. Die sich dabei einstellende prinzipielle Abhängigkeit

$$I_{1K} = I_{1K}(U_1), \quad (2.13)$$

die in Bild 2.3 dargestellt ist, wird in ihrem nichtlinearen Charakter durch die Sättigung der Kurzschlußreaktanz

$$X_K \approx X_{1\sigma} + X_{2\sigma} \quad (2.14)$$

bestimmt. (Siehe auch /8/ und /9/)

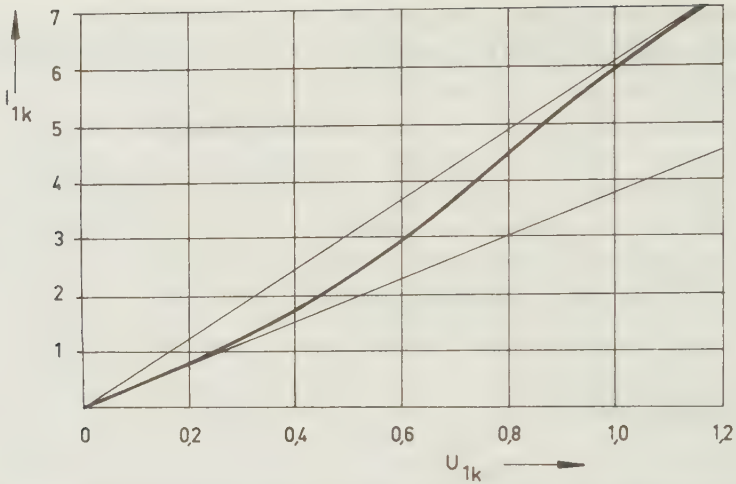


Bild 2.3 Abhängigkeit des Kurzschlußstromes I_{1K} von der Ständerspannung U_{1K} . Die schwach ausgezogenen Linien markieren die Grenzkurven ohne bzw. mit vollständiger Sättigung der Streuwege

Aus dieser Kennlinie (Bild 2.3) läßt sich nun leicht die nichtlineare Abhängigkeit (2.12) errechnen, wobei ggf. bei nicht zugänglicher Läuferseite eine symmetrische Aufteilung der Streureaktanz und gleicher Sättigungszustand im Ständer und Läufer angenommen werden muß. Um den Aufwand für die spätere Simulation zu reduzieren, wird hier an Stelle der Funktion (2.12) die in Bild 2.4 dargestellte nichtlineare Funktion

$$\frac{1}{\sigma} = \frac{1}{\sigma} (I_1^2) \quad (2.15)$$

realisiert. Die Funktionen $\sigma = \sigma(I_1^2)$ bzw. $\frac{1}{\sigma} = \frac{1}{\sigma}(I_1^2)$ sind in Bild 2.4 jeweils auf ihre Maximalwerte normiert dargestellt.

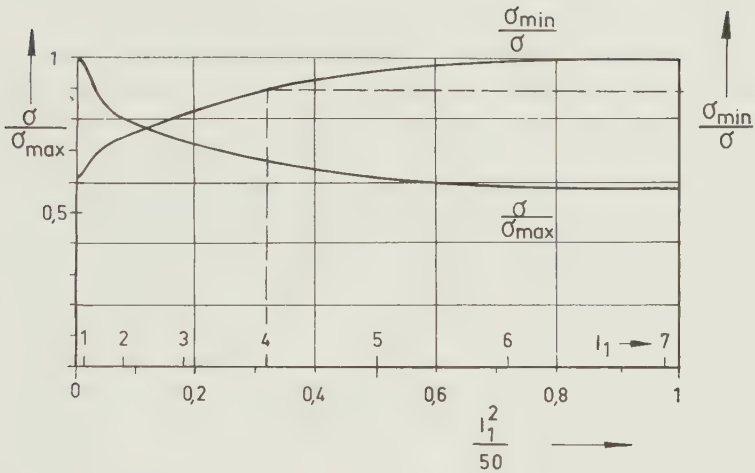


Bild 2.4 Der Verlauf des totalen Streukoeffizienten σ bzw. dessen Kehrwert $\frac{1}{\sigma}$ (normiert) über dem Betrag des Ständerstromes I_1 bzw. $\frac{I_1^2}{50}$. Bei $I_1 = 4$ ergibt sich der mittlere σ -Wert zu 0,0825.

Diese Funktionen lassen sich eindeutig aus der gemessenen Kennlinie in Bild 2.3 ermitteln. Dabei wird deutlich, daß der Sättigungszustand bei maximalem Strom einem Grenzwert zustrebt. Physikalisch wird dieser Zustand dadurch verständlich, daß dann die bereits früher erwähnten am stärksten magnetisch belasteten Bereiche der Zahnköpfe völlig gesättigt sind, was einer vollständigen fiktiven Aufweitung des Nutschlitzes im Bereich des Zahnkopfes entspricht. /8/

Obwohl die nichtlineare Abhängigkeit Gleichung (2.15) auf der Messung bei stationärem Betrieb $n = 0$ basiert, ist die Verwendung dieser Kennlinie dennoch geeignet, sehr gute Simulationsergebnisse auch dynamischer Vorgänge zu ermöglichen. I_1 wird dann durch die zeitabhängige Größe $i_1(t)$ ersetzt. (Siehe bei Franz /12/) $\frac{1}{\sigma}(i_1^2(t))$ wird dann selbst eine Funktion der Zeit.

Für die Simulation des Maschinenverhaltens ist es in Hinblick auf einen möglichst geringen Schaltungs- bzw. Rechenaufwand sehr günstig, daß nur die Einfügung einer einzigen nichtlinearen Kennlinie, zweckmäßig $\frac{1}{\sigma}(i_1^2(t))$,

notwendig ist. Dies erfordert allerdings, daß als Zustandsvariablen die Raumzeiger der Flüsse und nicht der Ströme (wie z.B. bei Kovács /21/ dargestellt) verwendet werden. Wie die weitere Behandlung der Maschinengleichungen im folgenden Abschnitt zeigt, ergeben sich nur 4 Punkte, an denen die nichtlineare Funktion $\frac{1}{\sigma}$ benötigt wird. Dort wo Quotienten der Reaktanzen $\frac{X_h}{X_1}$ bzw. $\frac{X_h}{X_2}$ auftreten, die streng genommen natürlich ebenfalls nicht konstant sind, kann diese relativ kleine Sättigungsabhängigkeit vernachlässigt werden. Bei umfangreichen Simulationsanordnungen, bei denen wegen der begrenzten Rechnerkapazität auf eine vollständige Berücksichtigung des nichtlinearen Einflusses der Streuwegsättigung verzichtet werden muß, lassen sich auch dann sehr gute Simulationsergebnisse erzielen, wenn für die erforderliche Konstantwertnäherung für $\frac{1}{\sigma}$ z.B. im Falle eines Beschleunigungsvorganges der in etwa zu erwartende gesättigte Wert eingesetzt wird. Dieser Näherungswert läßt sich nach Maßgabe der zu erwartenden Größe des Ständerstromes aus Bild 2.4 ermitteln. (Siehe auch Kap. 7.4.4)

2.3 Die Zustandsgleichungen der Asynchronmaschine

Wie im letzten Abschnitt bereits angedeutet, sollen als Zustandsvariablen für die Asynchronmaschine die Raumzeiger der Flüsse, bzw. deren Komponenten, sowie die Drehzahl n und bei Aufgaben der Drehwinkelsteuerung zusätzlich der Drehwinkel ϑ gewählt werden. Der Raumzeiger des Ständerstromes bildet mit seinen Komponenten

$$i_{1\alpha} = \frac{1}{\sigma X_1} (\Psi_{1\alpha} - \frac{X_h}{X_2} \Psi_{2\alpha}) \quad (2.16.1)$$

und

$$i_{1\beta} = \frac{1}{\sigma X_1} (\Psi_{1\beta} - \frac{X_h}{X_2} \Psi_{2\beta}) \quad (2.16.2)$$

dann nur noch Hilfsvariablen zur Gewinnung der nichtlinearen Funktion

$$\frac{1}{\sigma} (i_1^2) = \frac{1}{\sigma} (i_{1\alpha}^2 + i_{1\beta}^2). \quad (2.17)$$

Aus den Gleichungen (2.6.1) - (2.6.7) ergibt sich damit für die unbelastete Maschine ($d_L = 0$) das vollständige Gleichungssystem:

$$\frac{d}{dt} \Psi_{1\alpha} = -\frac{R_1}{\sigma X_1} (\Psi_{1\alpha} - \frac{X_h}{X_2} \Psi_{2\alpha}) + \omega_1 \Psi_{1\beta} + \hat{u}_1 = f_1 \quad (2.18.1)$$

$$\frac{d}{dt} \Psi_{1\beta} = -\frac{R_1}{\sigma X_1} (\Psi_{1\beta} - \frac{X_h}{X_2} \Psi_{2\beta}) - \omega_1 \Psi_{1\alpha} = f_2 \quad (2.18.2)$$

$$\frac{d}{dt} \Psi_{2\alpha} = -\frac{R_2}{\sigma X_2} (\Psi_{2\alpha} - \frac{X_h}{X_1} \Psi_{1\alpha}) + (\omega_1 - n) \Psi_{2\beta} = f_3 \quad (2.18.3)$$

$$\frac{d}{dt} \Psi_{2\beta} = -\frac{R_2}{\sigma X_2} (\Psi_{2\beta} - \frac{X_h}{X_1} \Psi_{1\beta}) - (\omega_1 - n) \Psi_{2\alpha} = f_4 \quad (2.18.4)$$

$$\frac{d}{dt} n = \frac{1}{T_A} \frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} (\Psi_{1\beta} \Psi_{2\alpha} - \Psi_{1\alpha} \Psi_{2\beta}) = f_5 \quad (2.18.5)$$

$$\frac{d}{dt} \vartheta = n = f_6 \quad (2.18.6)$$

Die Abkürzungen $f_1 - f_6$ dienen zur möglichen späteren Vereinfachung der Schreibweise.

Um in Kapitel 4 den Anschluß an die in der Literatur zur Optimierungstheorie übliche Schreibweise zu finden und später eine übersichtliche Beschreibung der Optimierungsstrategie zu ermöglichen, seien folgende Bezeichnungen eingeführt:

$$\text{Zustandsvektor} \quad \underline{x}(t) = \begin{pmatrix} \Psi_{1\alpha}(t) \\ \Psi_{1\beta}(t) \\ \Psi_{2\alpha}(t) \\ \Psi_{2\beta}(t) \\ n(t) \\ \vartheta(t) \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

$$\text{Steuervektor} \quad \underline{u}(t) = \begin{pmatrix} \hat{u}_1(t) \\ \omega_1(t) \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

Damit lassen sich die Gleichungen (2.18.1 - 6) kurz als

$$\text{Systemgleichung} \quad \dot{\underline{x}}(t) = \underline{f}(\underline{x}(t), \underline{u}(t)) \quad (2.21)$$

schreiben.

3. Betrieb des Asynchronmotors mit variabler Drehzahl

Für den Betrieb des Asynchronmotors mit variabler Drehzahl n , $0 \leq n \leq n_{\max}$ und den Einsatz in geregelten Antrieben ist bei kurzgeschlossenem Läuferkreis unbedingt eine Speisung der Ständerwicklung mit einem Drehspannungssystem variabler Frequenz und Amplitude erforderlich. Durch die Entwicklungen der modernen Stromrichtertechnik ist es möglich, ein Drehspannungssystem mit variabler Spannungsamplitude und Frequenz bereitzustellen. Die bekannten Schaltungskonzepte unterscheiden sich dabei hinsichtlich ihres Aufwandes, ihrer gerätetechnischen Realisierung und ihrer dynamischen Möglichkeiten und Betriebsbereiche. /24/

Hier seien mit wenigen Stichworten die wichtigsten Schaltungsmöglichkeiten genannt.

Der Umrichter mit Gleichstromzwischenkreis ermöglicht den Betrieb eines Motors mit eingepprägtem Ständerstrom bei relativ geringem Schaltungsaufwand. Den einzelnen Ständersträngen wird dabei der Strom blockweise aufgepräg. /19, 22, 30/

Direktumrichter ermöglichen bei relativ hohem Schaltungsaufwand eine direkte Bildung eines Drehspannungssystems aus dem 50 Hz-Drehspannungsnetz. Es ist damit ein Betrieb des Asynchronmotors bis zu einer maximalen Ständerfrequenz von ca. 25 Hz möglich. /16, 28/

Umrichter mit Gleichspannungszwischenkreis bieten die Möglichkeit, mit Hilfe von Pulsmodulationsverfahren (Pulsumrichter) den Motor mit einem möglichst überschwingungsarmen Spannungssystem zu speisen. /2/ Zur Steuerung dieser Umrichter dienen spezielle Verfahren, z.B. das Unterschwingungsverfahren. /17, 29, 31, 32/

Unabhängig vom jeweils gewählten Schaltungskonzept stellt sich nun für den Betrieb des Asynchronmotors bei beliebiger Drehzahl und unterschiedlicher Belastung die zentrale Frage, nach welcher Gesetzmäßigkeit die beiden Steuergrößen des Motors, die Amplitude der Ständerspannung $\hat{u}_1$ und die Kreisfrequenz ω_1 bei bestimmten Betriebsbedingungen vorgegeben werden sollen. Die Behandlung dieser Frage führt unmittelbar auf die dieser Arbeit zugrundeliegende Aufgabenstellung.

Einen ersten Einblick in das Maschinenverhalten bietet hierbei die Be-

trachtung stationärer Betriebszustände. Hierauf soll im folgenden Abschnitt eingegangen werden.

3.1 Grundverfahren

Für die Betrachtung der stationären Vorgänge bei beliebiger, aber fester Drehzahl n , $0 \leq n \leq n_{\max}$ werden in den Gleichungen (2.6.1 - 2.6.7) die zeitlichen Ableitungen Null gesetzt: $\frac{d}{dt} = 0$. Die Raumzeiger der Ständer-Spannung, Ströme und Flüsse werden dann (im synchron mit dem Ständer-Spannungsraumzeiger rotierenden Koordinatensystem) Gleichgrößen. /6, 25/

Die Lage des Spannungsraumzeigers im α - β -Koordinatensystem werde hier durch

$$\underline{u}_1 = u_{1\alpha} + j u_{1\beta} \quad \text{bzw.} \quad \underline{U}_1 = U_{1\alpha} + j U_{1\beta} \quad (3.1)$$

verallgemeinert.

Damit folgt:

$$\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + j \omega_1 \underline{\Psi}_1 \quad (3.2)$$

$$\underline{0} = R_2 \underline{I}_2 + j (\omega_1 - n) \underline{\Psi}_2 \quad (3.3)$$

$$\underline{\Psi}_1 = X_1 \underline{I}_1 + X_h \underline{I}_2 \quad (3.4)$$

$$\underline{\Psi}_2 = X_2 \underline{I}_2 + X_h \underline{I}_1 \quad (3.5)$$

für das Drehmoment folgt

$$D_M = \operatorname{Re} (j \underline{\Psi}_1 \underline{I}_1^*) . \quad (3.6)$$

Der * deutet hier an, daß der konjugiert komplexe Raumzeiger zu $\underline{I}_1$ zu nehmen ist. Der Einfluß der Streuwegsättigung bleibe unberücksichtigt, es sei also $\sigma = \text{konst.}$

Zur Nachbildung der Strom-Spannungsbeziehungen läßt sich aus diesen Gleichungen das T-Ersatzschaltbild, Bild 3.1, für beliebige Kreisfre-

quenz ω_1 des speisenden Netzes gewinnen, wobei darauf hingewiesen werden soll, daß die hier verwendeten Variablen Raumzeiger sind.

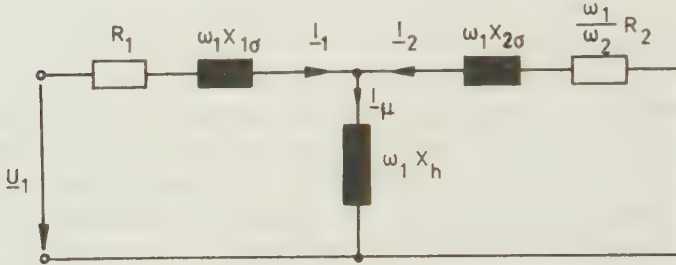


Bild 3.1 Das T-Ersatzschaltbild für stationären Betrieb bei Speisung mit beliebiger Ständerkreisfrequenz ω_1

$$\text{Mit } \omega_2 = \omega_1 - n \quad (3.7)$$

wird die normierte Größe der Läuferkreisfrequenz eingeführt.¹⁾ Die zu betrachtenden stationären Betriebszustände sind neben einem bestimmten Wert für die Drehzahl n durch die mechanische Belastung D_L gekennzeichnet. Im stationären Betrieb folgt dann nach Gleichung (2.6.6)

$$D_M = D_L \quad (3.8)$$

Das von der Maschine entwickelte Drehmoment wird durch die sogenannte Luftspaltleistung bestimmt. Die Luftspaltleistung ist diejenige Leistung, die von der Ständerseite der Maschine über den Luftspalt auf die Läuferseite übertragen wird. Sie deckt die Verluste im Läufer und die an der Welle abgegebene mechanische Leistung. Für diese Leistungsübertragung und damit die Drehmomentbildung spielt das Drehfeld in der Maschine, repräsentiert durch $\underline{\Psi}_h = X_h \cdot \underline{I}_\mu$ (3.9)

eine entscheidende Rolle. Die Führung der Maschine über die Kreisfrequenz ω_1 und die Amplitude U_1 der Ständerspannung muß deshalb so erfol-

¹⁾ Anmerkung Auf eine Einführung des sonst üblichen Schlupfes

$s = \frac{\omega_2}{\omega_1}$ soll hier verzichtet werden, da die Normiergröße ω_1 keine Konstante darstellt.

gen, daß auch bei verschiedenen Belastungen und beliebiger Drehzahl der Hauptfluß $\underline{\Psi}_h$ in seiner Größe Ψ_h ausgehend vom Leerlaufwert möglichst nicht absinkt. Ein unzulässig hohes Ansteigen muß zur Vermeidung der Hauptfeldsättigung ebenfalls vermieden werden. Für die Steuerung der Maschine ergibt sich damit die Zielsetzung, den Hauptfluß Ψ_h in der Maschine konstant zu halten. (Feldschwächbetrieb werde nicht betrachtet)

Damit das Verhalten der Maschine möglichst übersichtlich dargestellt werden kann, ist es zweckmäßig, neben dem eigentlichen Steuergesetz für die Spannungsamplitude und Frequenz auch die Größe des erforderlichen Ständerstromes zu untersuchen. Dabei erlangt die Größe der Läuferfrequenz ω_2 eine zentrale Bedeutung, wie die folgenden Ausführungen zeigen werden.

Als Ausgangspunkt für die folgenden Betrachtungen soll nicht die Forderung $\Psi_h = \text{konst}$ gelten, sondern die beim Betrieb am starren Netz näherungsweise gültige Bedingung $\Psi_1 = \text{konst}$.

Es soll also der gesamte mit der Ständerwicklung verkettete Fluß, unabhängig von der Belastung eine konstante Größe beibehalten. Zunächst werden die Bildung des Drehmomentes und des erforderlichen Ständerstromes betrachtet.

Aus den Gleichungen (3.3), (3.4) und (3.5) folgen durch Eliminieren von $\underline{I}_2$ die Beziehungen

$$\underline{\Psi}_1 = \left(1 + j \omega_2 \frac{\sigma X_2}{R_2} \right) \frac{X_1}{X_h} \underline{\Psi}_2 \quad (3.10)$$

und

$$\underline{\Psi}_2 = \frac{1}{1 + j \omega_2 \frac{X_2}{R_2}} X_h \underline{I}_1 \quad (3.11)$$

Durch Einsetzen der Gleichungen (3.10) und (3.11) in die Drehmomentgleichung (3.6) ergibt sich die Größe des entwickelten Drehmomentes zu

$$D_M = \Psi_1^2 \frac{X_h^2}{R_2 X_1^2} \omega_2 \frac{1}{1 + \omega_2^2 \left(\frac{\sigma X_2}{R_2} \right)^2} \quad (3.12)$$

Die Ständerkreisfrequenz ω_1 tritt nicht auf. Vielmehr ist die Größe der Läuferkreisfrequenz ω_2 wesentlich. Wird Ψ_1 durch die weiter unten zu betrachtende Führung der Amplitude der Ständerspannung U_1 konstant gehalten, so ergibt sich für einen bestimmten festen Wert für ω_1 bei steigender Belastung zunächst ein proportional mit ω_2 anwachsendes Drehmoment D_M . Bei

$$\omega_{2k} = \frac{R_2}{\sigma X_2} \quad (3.13)$$

ergibt sich das aus dem Betriebsverhalten des Motors am starren Netz bekannte Kippdrehmoment. Auch für den Betrag des erforderlichen Ständerstromes I_1 ist die Größe der Läuferkreisfrequenz ω_2 entscheidend. Durch Einsetzen der Gleichung (3.11) in (3.10) folgt unmittelbar:

$$I_1 = \frac{1 + j \omega_2 \frac{X_2}{R_2}}{1 + j \omega_2 \frac{\sigma X_2}{R_2}} \cdot \frac{\Psi_1}{X_1}, \quad (3.14)$$

wobei sich für den Betrag des Ständerstromes I_1 bei konstant gehaltenem Ständerfluß $\Psi_1 = \text{konst}$ ergibt:

$$I_1 = \frac{\Psi_1}{X_1} \sqrt{\frac{1 + \omega_2^2 \left(\frac{X_2}{R_2} \right)^2}{1 + \omega_2^2 \left(\frac{\sigma X_2}{R_2} \right)^2}} \quad (3.15)$$

Relativ unübersichtlich wird die Betrachtung des Steuergesetzes für die Amplitude der Spannung der Maschine. Mit den Gleichungen (3.2), (3.10) und (3.11) folgt:

$$U_1 = \frac{\Psi_1}{X_1} \frac{(R_1 - \omega_1 \omega_2 \frac{\sigma X_2}{R_2} X_1) + j (\omega_2 \frac{X_2}{R_2} R_1 + \omega_1 X_1)}{1 + j \omega_2 \frac{\sigma X_2}{R_2}} \quad (3.16)$$

und für die Amplitude:

$$U_1 = \frac{\Psi_1}{X_1} R_1 \sqrt{\frac{\left(1 - \omega_1 \omega_2 \sigma \frac{X_1}{R_1} \frac{X_2}{R_2}\right)^2 + \left(\omega_1 \frac{X_1}{R_1} + \omega_2 \frac{X_2}{R_2}\right)^2}{1 + \omega_2^2 \left(\frac{\sigma X_2}{R_2}\right)^2}} \quad (3.17)$$

Neben der Größe der Läuferfrequenz spielt hier auch der jeweilige Betriebspunkt der Ständerkreisfrequenz eine wesentliche Rolle. Einen Einblick liefert die Betrachtung der Abhängigkeit der Spannungsamplitude U_1 über ω_1 , wobei verschiedene konstante Belastungen der Maschine durch die daraus resultierende jeweils feste Läuferkreisfrequenz ω_2 berücksichtigt werden: Bild 3.2.

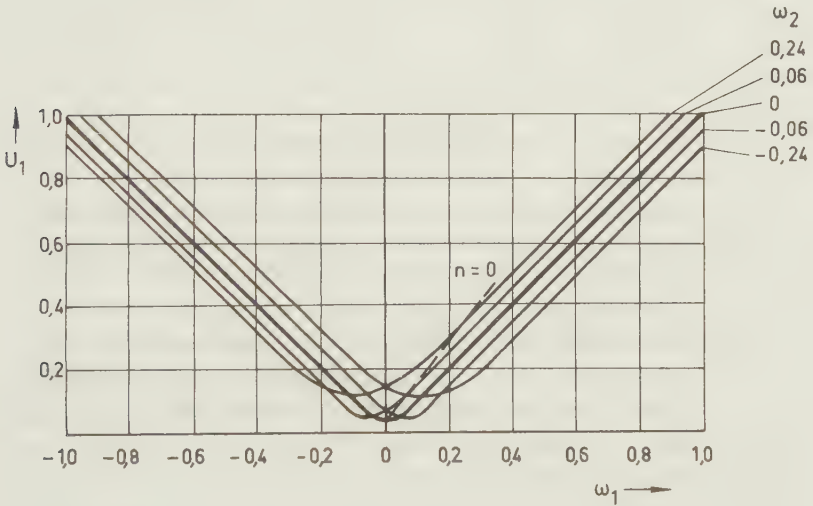


Bild 3.2 Steuerkennlinien für U_1 als Funktion von ω_1 bei konstantem Ständerfluß Ψ_1 und unterschiedlicher Belastung, markiert durch ω_2 für die Maschinenparameter entsprechend Anhang 3

Den Ausgangspunkt für die Darstellung der Steuerkennlinien bildet zweckmäßigerweise der mechanische Leerlauf $D_M = 0$ bzw. $\omega_2 = 0$. Für diesen Fall ergibt sich:

$$U_1 \Big|_{\omega_2 = 0} = \frac{\Psi_1}{X_1} R_1 \sqrt{1 + \omega_1^2 \frac{X_1^2}{R_1^2}} \quad (3.18)$$

Diese Kurve ist in Bild 3.2 stark ausgezogen. Es folgen als Grenzbedingungen im Stillstand:

$$U_1 \Big|_{\substack{\omega_1 = 0 \\ \omega_2 = 0}} = \frac{\Psi_1}{X_1} R_1 \quad (3.19)$$

und im Bereich großer Frequenzen

$$U_1 \Big|_{\substack{\omega_2 = 0 \\ \omega_1 \gg \frac{R_1}{X_1}}} \approx \Psi_1 \omega_1 \quad (3.20)$$

Deutlich ist an Gleichung (3.20) abzulesen, daß im oberen Frequenzbereich die Spannungsamplitude zur Erzielung eines konstanten Ständerflusses Ψ_1 proportional zu ω_1 mitgeführt werden muß.

Wie in Bild 3.2 dargestellt ist, ergeben sich bei Belastung der Maschine dann von dieser Leerlaufkennlinie abweichende Steuerkennlinien, wobei die Läuferfrequenz als Parameter auftritt und $\omega_2 > 0$ Motorbetrieb und $\omega_2 < 0$ Generatorbetrieb bedeutet. Die Kennlinien und die Gleichung (3.17) zeigen, daß die Führung der Steuergrößen bereits in Hinblick auf die Einstellung der stationär richtigen Werte äußerst differenziert ist.

Zur Erleichterung der Führung der Maschine wird daher versucht, nicht die Spannung selbst zu führen, sondern die Maschine mit eingepprägtem Ständerstrom zu betreiben. Einerseits wird diese Variante der Speisung bei Umrichtern mit eingepprägtem Zwischenkreisstrom erreicht. /19, 30/ Hierbei bestimmt der Zwischenkreisstrom die Größe des blockweise auf die Maschinenstränge geschalteten Stomes. Andererseits kann durch regelungstechnische Maßnahmen versucht werden, den Strom in der Maschine direkt zu führen.

Betrachtet man einen solchen eingepprägten Ständerstrom von der Größe I_1 , so ergibt sich das in der Maschine entwickelte Drehmoment wieder in Abhängigkeit von ω_2 aus den Gleichungen (3.6), (3.10) und (3.11) durch Eliminieren von Ψ_1 und Ψ_2 zu

$$D_M = I_1^2 \frac{X_h^2}{R_2} \omega_2 \frac{1}{1 + \omega_2^2 \left(\frac{X_2}{R_2} \right)^2} \quad (3.21)$$

Diese Gleichung zeigt, daß die Maschine bereits bei

$$\omega_2 kI = \frac{R_2}{X_2} \quad (3.22)$$

ihren Kippunkt erreicht. Möchte man die Maschine z.B. mit ihrem Leerlaufmagnetisierungsstrom

$$I_{10} = \frac{\Psi_{10}}{X_1} \quad (3.23)$$

betreiben, so würde sie bedingt durch einen mit

$$\Psi_1 = \Psi_{10} \sqrt{\frac{1 + \omega_2^2 \left(\frac{\sigma X_2}{R_2} \right)^2}{1 + \omega_2^2 \left(\frac{X_1}{R_2} \right)^2}} \quad (3.24)$$

sehr stark mit wachsendem ω_2 absinkenden Ständerfluß nur ein sehr kleines Drehmoment entwickeln können.

Beim Betrieb mit eingepprägtem Ständerstrom ist es also zwingend notwendig, den Betrag des Ständerstromes I_1 der jeweiligen Belastung anzupassen. Folgt man z.B. zur Vermeidung der durch den Nenner der Gleichung (3.21) verdeutlichten Kippneigung ein entsprechendes Steuergesetz, so läßt sich dadurch in gewissen Grenzen ein interessantes Maschinenverhalten erzielen.

Führt man die Größe des Ständerstromes, ausgehend vom Leerlaufstrom I_{10} , in Abhängigkeit von ω_2 wie folgt:

$$I_1 = I_{10} \sqrt{1 + \omega_2^2 \left(\frac{X_2}{R_2} \right)^2}, \quad (3.25)$$

so ergibt sich mit Gleichung (3.21):

$$D_M = I_{10}^2 \frac{X_h^2}{R_2} \omega_2 = \psi_{20}^2 \frac{1}{R_2} \omega_2. \quad (3.26)$$

Das Drehmoment wächst damit linear mit ω_2 . Die Maschine besitzt keinen Kippunkt mehr. Dieses interessante lineare Verhalten erscheint im ersten Moment überraschend. Es muß allerdings mit einer lastabhängigen Erhöhung des Ständerflusses erkauft werden. Setzt man Gleichung (3.25) in Gleichung (3.11) ein, so sieht man, daß die Größe des Läuferflusses belastungsunabhängig konstant bleibt: $\psi_2 = \text{konst.}$

Mit Gleichung (3.10) ergibt sich dann die Vergrößerung von ψ_1 mit steigender Belastung und damit steigendem ω_2 zu

$$\psi_1 = \psi_2 \frac{X_1}{X_h} \sqrt{1 + \omega_2^2 \left(\frac{\sigma X_2}{R_2} \right)^2}. \quad (3.27)$$

Wegen der zu erwartenden Sättigung ist dies nur bis zu einem gewissen Grade realistisch.

Für das Steuergesetz der Amplitude der Ständerspannung ergibt sich bei dieser Betriebsweise mit konstanter Größe des Läuferflusses gegenüber Gleichung (3.17) eine kleine Vereinfachung:

$$U_1 = \frac{\psi_2}{X_h} R_1 \sqrt{\left(1 - \omega_1 \omega_2 \sigma \frac{X_1}{R_1} \frac{X_2}{R_2} \right)^2 + \left(\omega_1 \frac{X_1}{R_1} + \omega_2 \frac{X_2}{R_2} \right)^2}. \quad (3.28)$$

Setzt man den gleichen Leerlauffluß wie bei der Betrachtung mit konstantem Ständerfluß ψ_1 voraus:

$$\psi_{20} = \frac{X_h}{X_1} \psi_{10}, \quad (3.29)$$

so folgen für die Führung der Ständerspannungsamplitude im Leerlauf die in den Gleichungen (3.18), (3.19) und (3.20) angegebenen Zusammenhänge.

Auch das prinzipielle Aussehen der Steuerkennlinien bei Belastung bleibt ähnlich denen im Bild 3.2 dargestellten erhalten. Die Lastkennlinien "entfernen" sich allerdings weiter von der Leerlaufkennlinie als dies beim Betrieb mit konstantem Ständerfluß ψ_1 der Fall war.

Zusammenfassung der Ergebnisse

Die vorgestellten Ausführungen haben gezeigt, daß die Führung der Ständerspannungsamplitude zur Erzielung einer richtigen Flußgröße in der Maschine in Abhängigkeit von ω_1 und ω_2 erfolgen muß: Bild 3.2

Für die Betrachtung des in der Maschine entwickelten Drehmomentes und des erforderlichen Ständerstromes bei Führung der Ständerspannungsamplitude U_1 so, daß $\Psi_1 = \text{konst}$ bzw. $\Psi_2 = \text{konst}$ gilt, ist es zweckmäßig, diese als Funktion der Läuferkreisfrequenz ω_2 aufzutragen. Dadurch wird ein Vergleich der Ergebnisse erleichtert. In Bild 3.3 und 3.4 sind diese Ergebnisse aufgetragen. Dabei wird vorausgesetzt, daß bei allen drei Betriebsweisen (der Betrieb bei konstant gehaltenem Leerlaufstrom ist mit aufgetragen) der gleiche Leerlauffluß

$$\Psi_{10} = \frac{X_1}{X_h} \Psi_{20} = X_1 I_{10} \quad (3.30)$$

vorliege.

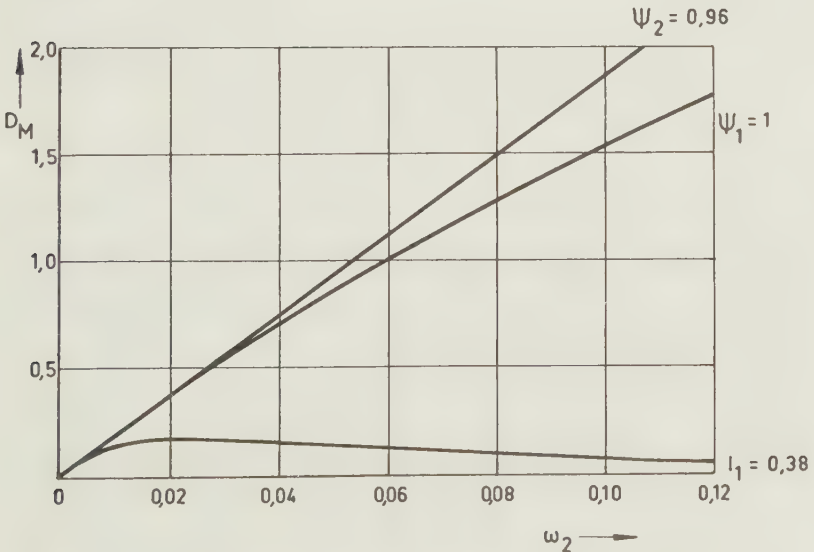


Bild 3.3 Das stationär entwickelte Drehmoment D_M als Funktion der Läuferkreisfrequenz ω_2 und Führung der Ständerspannung, so daß $\Psi_1 = \text{konst}$, $\Psi_2 = \text{konst}$ bzw. $I_1 = \text{konst}$ gilt. (Maschinenparameter siehe Anhang 3.)

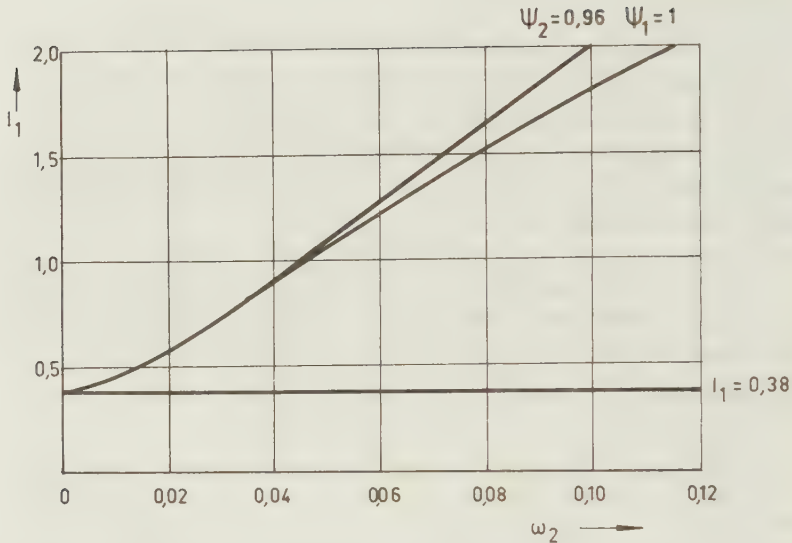


Bild 3.4 Die Steuerkennlinien für den Ständerstrom I_1 als Funktion der Läuferkreisfrequenz ω_2 unter den Randbedingungen wie in Bild 3.3. (Maschinenparameter siehe Anhang 3.)

Trägt man die Kurven aus Bild 3.3 für beliebige, aber feste Werte von ω_1 im Grunddrehzahlbereich $0 \leq \omega_1 \leq 1$ in einem Diagramm $D_M(n)$ auf, so erhält man das hier nicht weiter betrachtete bekannte Kennlinienfeld mit parallel verschobenen Kennlinien, wie es z.B. bei Bühler /6/ dargestellt ist. Daß die Kennlinien streng parallel verschoben sind, setzt dabei die Einhaltung der Bedingung $\psi_1 = \text{konst}$ bzw. $\psi_2 = \text{konst}$ voraus.

Untersucht man die Erfordernisse, die sich bei Speisung der Maschine mit dem Ziel einer Konstanthaltung des Luftspaltflusses ψ_h ergeben, so folgen für die Führung der Ständerspannungsamplitude ähnliche Zusammenhänge, wie sie in Bild 3.2 dargestellt sind. Die Größe des entwickelten Drehmomentes D_M und des erforderlichen Ständerstromes I_1 , jeweils als Funktionen von ω_2 aufgetragen, ergeben Kurven, die zwischen denen für $\psi_1 = \text{konst}$ und $\psi_2 = \text{konst}$ in den Bildern 3.3 und 3.4 liegen (siehe /6/).

3.2 Regelungskonzepte zur Erzielung dynamisch hochwertiger Antriebe

Die im vorigen Abschnitt durchgeführten Überlegungen basierten auf der Betrachtung stationärer Zusammenhänge. Deshalb können damit auch nur Aussagen über das stationäre Verhalten der Maschine gewonnen werden. Für die Erzielung schneller Übergangsvorgänge sind diese stationären Ansätze nicht ausreichend, dienen aber teilweise als Ausgangspunkt für dynamisch hochwertige Regelungskonzepte. Allgemein sind diese Verfahren dadurch gekennzeichnet, daß neben einer betragsrichtigen auch eine phasenrichtige Führung der Steuergrößen der Maschine angestrebt wird.

Eine Erweiterung der Führung der Ständerspannung nach den im letzten Abschnitt gezeigten Kennlinien unter zusätzlicher Führung der Phasenlage wird bei Flügel /11/ vorgeschlagen.

In bereits seit längerem vorgestellten Verfahren wird eine direkte Führung des Ständerstromes über geeignete Regelungsstrukturen angestrebt. Eine Besonderheit dieser Regelungsverfahren besteht darin, daß die Läuferkreisfrequenz ω_2 direkt oder indirekt geführt wird. Eine direkte Führung kann ausgehend von einem Sollwert ω_{2W} durch Vorgabe des stets passenden Wertes für die Ständerkreisfrequenz erfolgen:

$$\omega_1 = \omega_{2W} + n. \quad (3.31)$$

Durch Begrenzung von ω_{2W} wird ein Kippen der Maschine verhindert.

Im Verfahren von Hasse wird versucht, den Läuferfluß Ψ_2 statisch und dynamisch konstant zu halten. /14,15/

Dazu ist neben einer betragsrichtigen auch eine phasenrichtige Führung des Ständerstromraumzeigers $\underline{i}_1$ in Relation zu $\underline{\Psi}_2$ notwendig.

Zur kurzen Betrachtung dieses Ansatzes sei ein fest am Läuferfluß $\underline{\Psi}_2$ orientiertes Koordinatensystem mit den Achsen α_{Ψ_2} und β_{Ψ_2} eingeführt. In diesem Koordinatensystem (Bild 3.5) sei der Läuferfluß fest auf die negativ imaginäre Achse gelegt:

$$\underline{\Psi}_2 = -j \Psi_{20} = \text{konst.} \quad (3.32)$$

Dieses Koordinatensystem rotiere mit der Kreisfrequenz $\omega_{1\Psi_2}$, wobei im stationären Betrieb $\omega_{1\Psi_2} = \omega_1$ gilt. Für die in Relation zu diesem Ko-

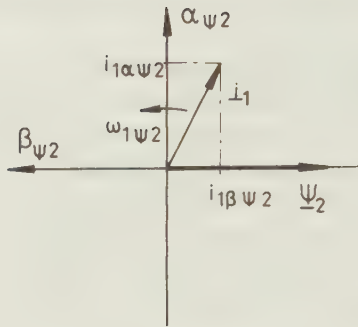


Bild 3.5 Lage des Ständerstromes $\underline{i}_1$ in Relation zum Läuferfluß $\underline{\Psi}_2$.
Die Darstellung erfolgt in einem am Läuferfluß orientierten Koordinatensystem

ordinatensystem auftretende Läuferkreisfrequenz folgt analog zu Gleichung (3.7):

$$\omega_{2\Psi 2} = \omega_{1\Psi 2} - n \quad (3.7a)$$

Im stationären Betrieb gilt ebenfalls $\omega_{2\Psi 2} = \omega_2$.

Mit der Bedingung, daß der Läuferfluß konstant gehalten werden soll, was durch

$$\frac{d}{dt} \underline{\Psi}_2 = \underline{0} \quad (3.33)$$

ausgedrückt wird, ergibt sich für die beiden Stromkomponenten im läuferfesten Koordinatensystem formal:

$$i_{1\alpha\Psi 2} = \Psi_{20} \frac{X_2}{X_h R_2} \omega_{2\Psi 2} \quad (3.34)$$

und

$$i_{1\beta\Psi 2} = - \Psi_{20} \frac{1}{X_h} \quad (3.35)$$

Wählt man für eine Drehmomenten- bzw. Ständerstromregelung, die der eigentlichen Drehzahlregelung unterlagert ist, $\omega_{2\Psi 2}$ als Führungsgröße und bildet man Ständerstromsollwerte, die aus den Gleichungen (3.34)

und (3.35) gewonnen werden, so folgt unter der Annahme, daß der Stromwert sich verzögerungsfrei einstellt, damit auch das Drehmoment mit

$$d_M = \psi_{20}^2 \frac{1}{R_2} \omega_2 \psi_2 \quad (3.36)$$

ohne Verzögerung. Der Betrag des Ständerstromes ergibt die bereits in Gleichung (3.25) angeschriebene Beziehung

$$i_1 = \frac{\psi_{20}}{X_h} \sqrt{1 + \omega_2^2 \psi_2^2 \left(\frac{X_2}{R_2} \right)^2} \quad (3.37)$$

Ebenfalls mit dem Stichwort "Feldorientierung" kann ein von Blaschke /3/ eingeführtes Verfahren umschrieben werden. Bei diesem Verfahren und den daraus abgeleiteten Varianten wird zunächst angestrebt, den Betrag des Luftspalt- oder Läuferflusses konstant zu halten. In Relation zu diesem gemessenen oder durch Modellrechnung gewonnenen Luftspalt- bzw. Läuferfluß wird dann eine Führung des Ständerstromes nach Betrag und Phase vorgenommen, um so eine möglichst verzögerungsfreie Beeinflussung des Drehmomentes in der Maschine zu erzielen. /4, 10/

In Kapitel 11 wird für jedes dieser Regelungsverfahren eine praktische Ausführungsform näher betrachtet. Dabei steht insbesondere die Frage im Vordergrund, wie die Stromregelung realisiert wird und welches dynamische Verhalten für die geschlossenen Drehmoment- bzw. Drehzahlregelkreise unter praktischen Verhältnissen erzielbar ist. Auf Grund schwieriger Meßmöglichkeiten, notwendiger Entkopplung der Regelgrößen /5/ und Parameterschwankungen können sich für die Realisierung dieser Regelungsverfahren erhebliche Probleme (Parameterempfindlichkeit /26, 34/, Stabilitätsprobleme /4/) ergeben, auf die hier nicht weiter eingegangen werden soll.

3.3 Die Frage nach der optimalen Führung der Maschine für dynamische Vorgänge

Die Ausführungen der letzten Abschnitte haben gezeigt, daß die Führung der Ständerspannung insbesondere hinsichtlich der Amplitude bereits für stationären Betrieb nach einem komplizierten Steuergesetz erfolgen muß.

Der Ausgangspunkt der Betrachtungen war dabei durch eine angestrebte Konstanthaltung des Flusses (Ständer-, Luftspalt- oder Läuferfluß) in der Maschine gekennzeichnet.

Denkt man an den Einsatz des Asynchronmotors in reaktionsschnellen Antrieben mit kleinem Trägheitsmoment, so muß diese Forderung auf Konstanthaltung bestimmter Flüsse in der Maschine in Hinblick auf die Belastung der Maschine bei dynamischen Vorgängen nicht aufrechterhalten werden.

In Anbetracht der relativ kurzen Dauer dynamischer Vorgänge kann auch ein kurzzeitiges Ansteigen des Ständerflusses bzw. Luftspaltflusses auf Werte, die oberhalb der Größe des Leerlaufflusses liegen, auch mit den damit verbundenen zusätzlichen Verlusten toleriert werden. Gibt man also diese festen Bedingungen für die Flußkonstanz auf, so resultiert daraus ein weiterer Freiraum für die Führung der Ständerspannung. Eingegrenzt wird dieser Freiraum lediglich durch Grenzwerte, die einerseits für die Steuergrößen der Maschine selbst, also $\hat{u}_1(t)$ und $\omega_1(t)$ gelten und andererseits für Zustandsgrößen der Maschine, in erster Linie für die Größe des maximal zulässigen Ständerflusses Ψ_1 .

An die Stelle bestimmter Forderungen in Bezug auf interne Maschinenzusammenhänge treten jetzt Zielsetzungen an den transienten Vorgang selbst. Diese Zielsetzungen können in zunächst noch sehr allgemeiner Form damit umschrieben werden, daß der transiente Vorgang, z.B. zur Änderung der Drehzahl der Maschine, in irgend einem Sinne möglichst günstig ablaufen soll. Möglichst günstig kann heißen: möglichst schnell, in kürzester Zeit, möglichst sparsam in Bezug auf den Energieverbrauch etc. Es läßt sich kurz schreiben: Ein Übergangsvorgang soll in einem noch festzulegenden Sinne optimal verlaufen.

Für den Betrieb des Asynchronmotors ergibt sich damit eine völlig neue Fragestellung hinsichtlich der Steuerung:

A | Wie müssen die Steuervariablen des Motors, die Amplitude der Ständerspannung $\hat{u}_1(t)$ und die Kreisfrequenz $\omega_1(t)$ zeitlich geführt werden, damit ein dynamischer Vorgang optimal abläuft?

Je nach Fixierung des Begriffes optimal entsprechend der individuellen Zielsetzung für den dynamischen Vorgang sind also die speziell für diesen Vorgang erforderlichen optimalen Steuerfunktionen gesucht. Hier-

bei sei betont, daß die gesuchten Vorgänge Funktionen der Zeit sind.

Bevor nun in den folgenden Kapiteln diese hier noch sehr allgemeine Fragestellung präzisiert wird, soll noch eine Randbemerkung zu den Steuergrößen der Maschine $\hat{u}_1(t)$ und $\omega_1(t)$ angefügt werden.

Es soll ausdrücklich betont werden, daß als Steuergrößen der Maschine nur die Spannungsamplitude $\hat{u}_1(t)$ und die Kreisfrequenz $\omega_1(t)$ bzw. der Drehwinkel $\lambda(t)$ angesehen werden sollen. Auch bei der in den letzten Abschnitten unter dem Stichwort "eingepprägter Strom" gekennzeichneten Betriebsweise ist letztlich die Ständerspannung die eigentliche Steuergröße der Maschine und nicht der Strom. Es darf nämlich nicht übersehen werden, daß auf Grund der in der Maschine wirksamen Streureaktanzen der Ständerstrom der Maschine nicht sprungartig geändert werden kann. Die maximal erreichbare Stromänderungsgeschwindigkeit richtet sich immer nach der verfügbaren Spannungsreserve. Im Hinblick auf den bereits oben angesprochenen Einsatz des Asynchronmotors in Antrieben mit schnell veränderbarer Drehzahl müssen die Vorgänge beim Stromaufbau bzw. -abbau in der Maschine mit in die Betrachtungen einbezogen werden, d.h. es müssen alle Untersuchungen am Gesamtsystem der Asynchronmaschine durchgeführt werden.

4. Formulierung der Optimierungsaufgabe

4.1 Die Gütefunktion

Damit die im letzten Kapitel noch in sehr allgemeiner Form formulierte Aufgabenstellung einer mathematischen Behandlung zugänglich wird, ist es erforderlich, die gesamte Problemstellung und insbesondere die mit dem Begriff *optimal* umrissene Zielsetzung mathematisch exakt zu formulieren. Die technisch - physikalische Forderung an den transienten Vorgang wird hierzu durch eine den Übergangsvorgang bewertende Gütefunktion ausgedrückt. Das technisch - physikalische Ziel geht dabei in das mathematische Ziel über, für die Gütefunktion ein Minimum oder Maximum zu finden.

Die Formulierung der Gütefunktion zur Kennzeichnung des Optimierungszieles soll hier zunächst an einigen charakteristischen Beispielen erläutert werden. Dabei ergeben sich typische Grundansätze für verschiedene Gütefunktionen, die sich nach einer entsprechenden Klassifizierung aus mathematischer Sicht ordnen lassen. /27, 35/

1. Die Erzielung eines zeitoptimalen Übergangsvorganges von einem Anfangszustand des Systems bei $t_0 = 0$ auf einen Endzustand bei $t = t_1$ wird durch folgende Gütefunktion beschrieben:

$$J = \int_0^{t_1} 1 \, dt. \quad (4.1)$$

2. Soll ein Übergangsvorgang des Motors mit minimalen Kupferverlusten (verlustoptimal) ablaufen, so läßt sich die Gütefunktion schreiben:

$$J = \int_0^{t_1} (i_1^2 R_1 + i_2^2 R_2) \, dt. \quad (4.2)$$

3. Zur Erzielung eines möglichst schnellen Einlaufens der Drehzahl $n(t)$ in die Enddrehzahl n_1 läßt sich folgende Gütefunktion formulieren:

$$J = \int_0^{t_1} (n(t) - n_1)^2 \, dt. \quad (4.3)$$

Neben diesen in der Theorie der Variationsrechnung mit LAGRANGE-Typ bezeichneten Problemen gibt es Gütefunktionen, bei denen nur der Endzustand bewertet wird.

Die Gütefunktionen

$$4. \quad J = |n(t_1) - n_1| \quad (4.4)$$

oder

$$5. \quad J = (n(t_1) - n_1)^2 \quad (4.5)$$

können zur Verifizierung von Randbedingungen, hier z.B. für die Drehzahl

$$n(t_1) - n_1 = 0 \quad (4.6)$$

verwendet werden.

Entsprechend lassen sich Forderungen, die an das Drehmoment oder die erste Ableitung des Drehmomentes bei t_1 gestellt sind, formulieren:

6. Für $d_M(t_1) \rightarrow 0$ ergibt sich

$$J = (d_M(t_1))^2 \quad (4.7)$$

oder für $\left. \frac{d}{dt} \{d_M(t)\} \right|_{t=t_1} = \dot{d}_M(t_1) \rightarrow 0$ folgt:

$$7. \quad J = (\dot{d}_M(t_1))^2 \quad (4.8)$$

Ist der Gewinn oder Verlust entscheidend, den der Endzustand eines Vorganges bewirkt, so führt dies ebenfalls auf Gütefunktionen dieses Typs, die in der Literatur als Problem von MAYER bezeichnet werden.

Im vorliegenden Fall der Betrachtung dynamischer Vorgänge bei Asynchronmotoren treten häufig Kombinationen der vorgenannten Einzelformulierungen auf. So wird z.B. mit

$$8. \quad J = k_{dM1} (d_M(t_1))^2 + k_{\dot{d}M1} (\dot{d}_M(t_1))^2 + k_{n1} (n(t_1) - n_1)^2 + k_t \int_0^{t_1} 1 \, dt \quad (4.9)$$

ein zeitoptimaler Übergangsvorgang angestrebt. Die Drehzahl $n(t)$ ist in minimaler Zeit t_1 von einem Anfangszustand n_0 in den Endzustand $n(t_1) = n_1$ mit $\dot{d}_M(t_1) = 0$ und $\dot{\alpha}_M(t_1) = 0$ zu überführen.

Wie diese Beispiele zeigen, ist bei den hier zugrundeliegenden Problemstellungen sowohl eine Bewertung des Endzustandes als auch des gesamten Übergangsvorganges erforderlich. Damit kann die Gütefunktion allgemein

$$J_1 = \theta_1(x(t_1), t_1) + \int_0^{t_1} \phi_1(\underline{x}(t), \underline{u}(t), t) dt \quad (4.10)$$

formuliert werden.

Aufgabenstellungen mit einer Gütefunktion dieser Form werden in der Literatur als BOLZA-Problem bezeichnet. Es ist leicht zu sehen, daß die vorgenannten Formen vom LAGRANGE- bzw. MAYER-Typ als Sonderfälle hierzu betrachtet werden können.

4.2 Zusammenfassung des mathematischen Ansatzes

Wie bereits in Kapitel 3.3 angeführt wurde, ist es im vorliegenden Fall zwingend notwendig, die Optimierungsaufgabe unter Einhaltung vorgegebener Grenzwerte zu lösen. So gelten für die Speisequelle Beschränkungen bzgl. der maximal möglichen Spannungsamplitude und Kreisfrequenz:

$$|\hat{u}_1(t)| \leq \hat{u}_{1\max} \quad (4.11)$$

$$|\omega_1(t)| \leq \omega_{1\max} \quad (4.12)$$

Verallgemeinert lassen sich diese schreiben als

$$\underline{\text{Begrenzung der Steuerfunktion}} \quad g(\underline{u}(t)) \leq 0 \quad (4.13)$$

Für den Asynchronmotor selbst müssen insbesondere notwendige Begrenzungen für die Größe des Ständerflusses eingehalten werden:

$$|\underline{\Psi}_1| = \Psi_1 \leq \Psi_{1\max} \quad . \quad (4.14)$$

Weitere Grenzwerte können z.B. für die Größe des maximal zulässigen Ständerstromes vorliegen:

$$|\underline{i}_1| = i_1 \leq i_{1\max} \quad . \quad (4.15)$$

Diese Begrenzungen stellen damit in allgemeiner Form geschriebene

$$\underline{\text{Begrenzungen der Zustandsvariablen}} \quad h \{ \underline{x}(t) \} \leq 0 \quad (4.16)$$

dar.

Die Aufgabenstellung (A) läßt sich damit mathematisch geschlossen formulieren und werde hier im Zusammenhang aufgetragen. Dabei wird die in der Optimierungstheorie z.B. bei Sage /27/ oder Hofer/Lunderstädt /18/ allgemein übliche Bezeichnungsweise verwendet. Zu den bereits eingeführten Gleichungen treten noch die zur Fixierung der Randbedingungen erforderlichen Gleichungen (4.17) und (4.18) neu hinzu.

Aufgabenstellung A

Gegeben ist die

Systemgleichung $\dot{\underline{x}}(t) = \underline{f}(\underline{x}(t), \underline{u}(t))$ (2.21)

welche im

Zeitintervall $0 \leq t \leq t_1$ (2.4)

betrachtet wird, wobei t_1 fest oder frei sein kann.

Bei $t = 0$ und $t = t_1$ gelten folgende

Randbedingungen $\underline{x}(0) = \underline{x}_0$ (4.17)

$$\underline{N}(\underline{x}(t_1), t_1) = \underline{0} . \quad (4.18)$$

Gesucht ist die unbekannte Steuerfunktion $\underline{u}(t)$ derart, daß die

Gütefunktion $J_1 = \Theta_1(\underline{x}(t_1), t_1) + \int_0^{t_1} \Phi_1(\underline{x}(t), \underline{u}(t), t) dt$ (4.10)

ein Minimum wird und gegebene

Begrenzungen $g \{ \underline{u}(t) \} \leq 0$ (4.13)

$$h \{ \underline{x}(t) \} \leq 0 \quad (4.16)$$

eingehalten werden.

Für die Lösung dieser Aufgabenstellung ergeben sich somit drei Schwerpunkte:

Gesucht ist die zeitliche Führung der Steuerfunktion $\underline{u}(t)$, sodaß

- die das Optimierungsziel beschreibende Gütefunktion J_1 minimal wird,
- die Systemgleichung erfüllt wird und
- die Randbedingungen und Begrenzungen eingehalten werden.

Eine Steuerfunktion, die alle diese Forderungen erfüllt, wird als optimale Steuerung $\underline{u}^*(t)$ bezeichnet, wobei sich hiermit der optimale Verlauf der Systemgrößen $\underline{x}^*(t)$ ergibt.

In der äußeren Form entspricht diese Aufgabenstellung zahlreichen bereits seit längerem in der modernen Regelungstheorie bekannten und gelösten Problemstellungen, wovon hier nur einige in Stichworten genannt seien:

Zeitoptimale Lagesteuerung	{	(siehe z.B. /35/)
Energieoptimale Lagesteuerung		
Optimale Führung von Flugkörpern /1/.		

Stimmt auch die äußere Form des hier vorliegenden Problems im Grundsatz mit anderen Fragestellungen überein, so bedeutet dies nicht, daß dort praktizierte Lösungswege auch im vorliegenden Fall gangbar wären. Dies liegt einmal im Grad des Systems und dessen Nichtlinearität und zum anderen im gleichzeitigen Vorhandensein von Begrenzungen für die Steuervariablen und die Zustandsvariablen begründet.

Für die Bearbeitung umfangreicher Optimierungsprobleme gibt es keinen festgefügtten allgemeingültigen Lösungsalgorithmus z.B. zur Verifizierung der Randbedingungen, Begrenzungen etc. Manche Ansätze sind hier vollständig unbrauchbar (so z.B. das Maximumprinzip von Pontrjagin oder graphische Methoden). Deshalb soll in den folgenden beiden Kapiteln ausgehend von den in der Literatur angegebenen mathematischen Grundlagen die Optimierungsstrategie zusammengestellt und dabei gezeigt werden, wie alle bestehenden Forderungen an den zu optimierenden Vorgang in diese Strategie eingegliedert werden.

Die mathematische Grundlage zur Behandlung eines Variationsproblems stellt die klassische Variationsrechnung nach Hamilton /27, 35/ dar. Sie bildet damit die Basis für die Behandlung des hier zu lösenden Optimierungsproblems, obwohl sie nur für unbeschränkte Steuer- und Zustandsvariablen Gültigkeit besitzt.

5. Festlegung einer geeigneten Optimierungsstrategie

5.1 Mathematische Grundlagen

Die im letzten Kapitel formulierte Optimierungsaufgabe (A) stellt ein Variationsproblem dar. Diese Aufgabenstellung kann man als Erweiterung einer Aufgabe zum Aufsuchen des Minimums einer Funktion (der Gütefunktion) unter Beachtung von Nebenbedingungen (der Systemgleichung) betrachten. Kennzeichen des Variationsproblems ist dabei, daß die unbekannten Größen **F u n k t i o n e n** (hier Funktionen der Zeit t) sind.

Betrachtet man zunächst den Fall, daß keine Beschränkungen für die Steuer- und Zustandsvariablen vorliegen, also die Gleichungen (4.13) und (4.16) entfallen, so lassen sich die elementaren Schritte zur Behandlung des Optimierungsproblems mit den Mitteln der klassischen Variationsrechnung nach Hamilton betrachten.

5.1.1 Die klassische Variationsrechnung

Es gelte die Aufgabenstellung (A) zunächst ohne die Forderung von Begrenzungen. Die Ungleichungen (4.13) und (4.16) mögen also vorerst entfallen.

Neben der Minimierung der Gütefunktion (4.10) muß nun erreicht werden, daß die Systemgleichung (2.21) und die Randbedingung bei t_1 (4.18) erfüllt werden. (Die Verifizierung von $\underline{x}(0) = x_0$ ist trivial.) Zur Erfüllung dieser Aufgabe wird die Gütefunktion in zwei Schritten erweitert.

Einfügung der Randbedingung $N(\underline{x}(t_1), t_1) = 0$

Die Berücksichtigung dieser Randbedingungen soll hier alternativ auf zwei unterschiedlichen Wegen erfolgen:

- a) Über eine positiv definite, quadratische Matrix K_1 , die in der Hauptdiagonale positive Elemente k_{1i} , sonst die Elemente Null besitzt, wird die Funktion

$$\Theta(\underline{x}(t_1), t_1) = \Theta_1(\underline{x}(t_1), t_1) + \underline{N}^T(\underline{x}(t_1), t_1) \underline{KN}(\underline{x}(t_1), t_1) \quad (5.1a)$$

definiert. Mit den genannten Eigenschaften von $\underline{K}$ gilt stets für beliebiges $\underline{N}(\underline{x}(t_1), t_1)$:

$$\underline{N}^T(\underline{x}(t_1), t_1) \underline{KN}(\underline{x}(t_1), t_1) \geq 0. \quad (5.2a)$$

Über die Konstante k_1 ist dann eine Gewichtung der einzelnen Anteile aus $\underline{N}(\underline{x}(t_1), t_1)$ möglich, Die geeignete Größe dieser Gewichtskonstanten muß experimentell ermittelt werden. ¹⁾

b) Über eine Matrix $\underline{K}$ mit den Eigenschaften wie unter a) wird die Funktion

$$\Phi(\underline{x}(t), \underline{u}(t), t) = \Phi_1(\underline{x}(t), \underline{u}(t), t) + \underline{N}^T(\underline{x}(t), t) \underline{KN}(\underline{x}(t), t) \quad (5.1b)$$

definiert. Auch hier ist mit den Konstanten k_1 eine Gewichtung der einzelnen Anteile möglich und es gilt ebenfalls für alle $\underline{N}^T(\underline{x}(t), t)$:

$$\underline{N}^T(\underline{x}(t), t) \underline{KN}(\underline{x}(t), t) \geq 0. \quad (5.2b)$$

In Sonderfällen ist auch die Definition zeitabhängiger Gewichtsfaktoren $k_1(t)$ sinnvoll. ²⁾

Nachdem die Randbedingung bei t_1 entsprechend der unter a) oder b) gezeigten Methode in die Gütefunktion eingefügt ist, ergibt sich die neue Gütefunktion

$$J = \Theta(\underline{x}(t_1), t_1) + \int_0^{t_1} \Phi(\underline{x}(t), \underline{u}(t), t) dt. \quad (5.3)$$

¹⁾ Anmerkung Mit $\Theta_1(\underline{x}(t_1), t_1) = 0$, $\underline{K} = 1$ und $\underline{N}(\underline{x}(t_1), t_1) = n(t_1) - n_1$ (Gleichung (4.6) aus Abschnitt 4.1) ergibt sich
 $\Theta(\underline{x}(t_1), t_1) = (n(t_1) - n_1)^2$ (Gleichung (4.5) aus Abschnitt 4.1).

²⁾ Mit $\Phi_1(\underline{x}(t), \underline{u}(t), t) = 0$, $\underline{K} = 1$ und
 $\underline{N}(\underline{x}(t), t) = n(t) - n_1$ ergibt sich
 $\Phi(\underline{x}(t), \underline{u}(t), t) = (n(t) - n_1)^2$ Gleichung (4.3).

Mit Hilfe der Ungleichungen (5.2a) und (5.2b) ist leicht zu sehen, daß die durch Gleichung (5.1a) oder (5.1b) zu Gleichung (5.3) erweiterte Gütefunktion J nur dann ein Minimum annehmen kann, wenn die Randbedingung $\underline{N}(\underline{x}(t_1), t_1) = \underline{0}$ erfüllt ist. Neben der Erfüllung des eigentlichen Optimierungszieles wird also die Verifizierung der Randbedingung mit angestrebt.

Einführung der Systemgleichung

Wie die Randbedingung bei t_1 , so wird auch die Systemgleichung (2.21) in die Gütefunktion (5.3) eingefügt. Dies geschieht mit Hilfe eines zeitabhängigen sogenannten Lagrange-Multiplikators $\underline{\lambda}(t)$. Dieser Vektor $\underline{\lambda}(t)$ besteht aus genauso vielen Elementen $\lambda_v(t)$, wie $\underline{x}(t)$ bzw. $\underline{f}$. (Es besteht kein Zusammenhang zwischen dem Lagrange-Multiplikator $\underline{\lambda}(t)$ und dem Drehwinkel des Ständerspannungsraumzeigers $\lambda_1(t)$. Verwechslungen zwischen den beiden Funktionen sind im Rahmen dieser Arbeit ausgeschlossen.)

Durch Einfügung der Systemgleichung (2.21) in die Gütefunktion (5.3) ergibt sich:

$$J = \theta(\underline{x}(t_1), t_1) + \int_0^{t_1} \{ \Phi(\underline{x}(t), \underline{u}(t), t) + \underline{\lambda}^T(t) [\underline{f}(\underline{x}(t), \underline{u}(t)) - \dot{\underline{x}}(t)] \} dt. \quad (5.4)$$

Im folgenden muß nun betrachtet werden, welche Bedingungen für das Vorliegen eines Minimums von J erfüllt sein müssen. Dazu wird die Hamiltonfunktion

$$H(\underline{x}(t), \underline{u}(t), \underline{\lambda}(t), t) = \Phi(\underline{x}(t), \underline{u}(t), t) + \underline{\lambda}^T(t) \underline{f}(\underline{x}(t), \underline{u}(t)) \quad (5.5)$$

definiert. Durch Einsetzen dieser Funktion in Gleichung (5.4) ergibt sich:

$$J = \theta(\underline{x}(t_1), t_1) + \int_0^{t_1} \{ H(\underline{x}(t), \underline{u}(t), \underline{\lambda}(t), t) - \underline{\lambda}^T(t) \dot{\underline{x}}(t) \} dt. \quad (5.6)$$

Durch partielle Integration des letzten Terms folgt:

$$J = \theta(\underline{x}(t_1), t_1) + \underline{\lambda}^T(0) \underline{x}(0) - \underline{\lambda}^T(t_1) \underline{x}(t_1) + \int_0^{t_1} \{ H(\underline{x}(t), \underline{u}(t), \underline{\lambda}(t), t) + \dot{\underline{\lambda}}^T \underline{x}(t) \} dt. \quad (5.7)$$

Notwendig dafür, daß J ein Minimum annimmt, ist in Analogie zur gewöhnlichen Differentialrechnung, daß hier die erste Variation δJ verschwindet: $\delta J = 0$.

Es seien mit $\underline{u}^*(t)$ und $\underline{x}^*(t)$ die optimalen Verläufe der Steuer- und Systemvariablen mit der optimalen Endzeit t_1^* gegeben. Dann bekommt man mit kleinen Abweichungen

$$\delta t_1, \delta \underline{u}(t) \text{ und } \delta \underline{x}(t)$$

von den optimalen Funktionen und den Gleichungen

$$t_1 = t_1^* + \delta t_1 \quad (5.8)$$

$$\underline{u}(t) = \underline{u}^*(t) + \delta \underline{u}(t) \quad (5.9)$$

$$\underline{x}(t) = \underline{x}^*(t) + \delta \underline{x}(t) \quad (5.10)$$

$$\delta \underline{x}(t_1) = \delta \underline{x}(t_1) + \dot{\underline{x}}(t_1) \cdot \delta t_1 \quad (5.11)$$

mit der modifizierten Gütefunktion (5.7) die erste Variation von J (wobei der * unterdrückt wird):

$$\begin{aligned} \delta J = & \delta t_1 \cdot \{H(\underline{x}(t_1), \underline{u}(t_1), \underline{\lambda}(t_1), t_1) + \frac{\partial \Theta}{\partial t_1}\} \\ & + \delta \underline{x}^T(t_1) \cdot \left(\frac{\partial \Theta}{\partial \underline{x}(t_1)} - \underline{\lambda}(t_1) \right) \\ & + \int_0^{t_1} \left\{ \delta \underline{x}^T(t) \left(\frac{\partial H}{\partial \underline{x}(t)} + \dot{\underline{\lambda}}(t) \right) + \delta \underline{u}^T(t) \cdot \frac{\partial H}{\partial \underline{u}(t)} \right\} dt. \end{aligned} \quad (5.12)$$

Aus $\delta J = 0$ folgen dann unter Verwendung der Hamiltonfunktion (5.5) die notwendigen Bedingungen für die Existenz des Minimums von J . Es müssen demnach folgende Gleichungen erfüllt werden:
die

$$\begin{aligned} \text{Systemgleichung} \quad \frac{\partial H}{\partial \underline{\lambda}} &= \dot{\underline{x}}(t) = \underline{f}(\underline{x}(t), \underline{u}(t)), & (5.13) \\ &\hat{=} (2.21) \end{aligned}$$

die Gleichung für das

$$\begin{aligned} \text{Adjungierte System} \quad \frac{\partial H}{\partial \underline{x}} &= -\dot{\underline{\lambda}}(t) = -\frac{\partial \Phi(\underline{x}(t), \underline{u}(t), t)}{\partial \underline{x}(t)} + \left[\frac{\partial \underline{f}(\underline{x}(t), \underline{u}(t))}{\partial \underline{x}(t)} \right]^T \cdot \underline{\lambda}(t) \\ & (5.14) \end{aligned}$$

und die eigentliche

$$\text{Optimalitätsbedingung } \frac{\partial H}{\partial \underline{u}} = 0 = \frac{\partial \Phi(\underline{x}(t), \underline{u}(t), t)}{\partial \underline{u}(t)} + \left[\frac{\partial \underline{f}(\underline{x}(t), \underline{u}(t))}{\partial \underline{u}(t)} \right]^T \cdot \underline{\lambda}(t). \quad (5.15)$$

Weiter folgt die Festlegung der Randbedingungen:

$$\underline{\lambda}(t_1) = \frac{\partial \theta}{\partial \underline{x}(t_1)} \quad (5.16)$$

und

$$H(\underline{x}(t_1), \underline{u}(t_1), \underline{\lambda}(t_1), t_1) + \frac{\partial \theta}{\partial t_1} = 0. \quad (5.17)$$

Die Gleichungen (5.13) und (5.14) werden als das kanonische Gleichungssystem der Variationsrechnung bezeichnet.

Die hier zusammengestellten Gleichungen bilden die Basis für die weitere Behandlung der Optimierungsaufgabe. Es ist ganz offensichtlich, daß dieses umfangreiche Gleichungssystem auch unter Zuhilfenahme einer Rechenanlage nicht in einem Zug gelöst werden kann. Hierauf und auf mögliche Lösungswege wird im Abschnitt 5.2 weiter eingegangen.

Bei den bisherigen Betrachtungen wurde angenommen, daß keine Beschränkung für die Steuerung $\underline{u}(t)$ und die Zustandsvariablen $\underline{x}(t)$ vorliegen. Für die Behandlung von Problemen mit beschränkter Steuerung $\underline{u}(t)$ gibt z.B. das Maximumprinzip von Pontrjagin /27/ und /35/ notwendige Optimalitätsbedingungen an. Deshalb soll im folgenden Abschnitt kurz geprüft werden, ob das Maximumprinzip im vorliegenden Fall verwertbare Aussagen liefert.

5.1.2 Das Maximumprinzip von Pontrjagin

Mit den bekannten Gleichungen für das System (2.21), der Randbedingung (4.18) und einer Beschränkung der Steuervariablen entsprechend der Gleichung (4.13) folgt bei Vorliegen einer Gütefunktion nach Gleichung (5.6) die Optimalitätsaussage des Maximumprinzips:

Für das Vorliegen einer optimalen Steuerung $\underline{u}^*(t)$ ist es notwendig, daß

die Systemgleichung (5.13), die Gleichung für das Adjungierte System (5.14) und als Optimalitätsbedingung die Ungleichung

$$H(\underline{x}(t), \underline{u}^*(t), \underline{\lambda}(t), t) \leq H(\underline{x}(t), \underline{u}(t), \underline{\lambda}(t), t) \quad (5.18)$$

erfüllt sind. | $\underline{u}(t)$ aus dem zulässigen Bereich.

Der Vergleich mit der klassischen Variationsrechnung zeigt, daß an Stelle der bei beschränkter Steuerung nicht definierten Gleichung (5.15) die Aussage des Maximumprinzips tritt, daß im Falle der optimalen Steuerung die Hamiltonfunktion minimal wird. ¹⁾

Eine Auswertung des Maximumprinzips würde erfordern, daß man aus Gleichung (5.18) die optimale Steuerung in der Form

$$\underline{u}^*(t) = \underline{u}^*(\underline{x}(t), \underline{\lambda}(t), t) \quad (5.19)$$

ermittelt und damit die Gleichungen (5.13) und (5.14) löst. Betrachtet man die ausgeschriebene Hamiltonfunktion (z.B. Gleichung (7.2) im Kapitel 7.2), so ist sofort zu sehen, daß es bei diesem hier vorliegenden umfangreichen System unmöglich ist, die Gleichung (5.19) zu gewinnen. Deshalb wird zunächst die Behandlung der Aufgabenstellung unter der Annahme unbeschränkter Steuerung $\underline{u}(t)$ weitergeführt und notwendige Begrenzungen später auf anderem Wege berücksichtigt.

5.2 Numerische Verfahren zur Lösung der Optimalitätsgleichungen - Aufsuchen eines Lösungsweges

Für die praktische Lösung der Optimierungsaufgabe müssen die drei Gleichungen, die Systemgleichung (5.13), das Adjungierte System (5.14) und die Optimalitätsbedingung (5.15) unter Beachtung der Randwerte gelöst werden.

Die numerische Lösung dieses Problems kann nur iterativ erfolgen. Hierfür stehen zunächst zwei prinzipiell unterschiedliche Verfahrensweisen zur Auswahl, die mit den Bezeichnungen

¹⁾ Anmerkung Daß H hier minimal wird, liegt an der Definition von $H = \Phi + \underline{\lambda}^T \underline{f}$. Definiert man $H = -\Phi + \underline{\lambda}^T \underline{f}$, so wird H für $\underline{u}^*$ maximal.

Direkte Verfahren

und

Indirekte Verfahren

überschrieben werden. (siehe z.B. /18/ oder /27/)

Direkte Verfahren

Für diese Verfahren gilt folgende Arbeitsweise:

Die Systemgleichung (5.13) und das Adjungierte System (5.14) werden in ihrer nichtlinearen Form exakt gelöst.

Die Gleichung (5.15) $\frac{\partial H}{\partial \underline{u}} = \underline{0}$ wird zunächst nicht erfüllt. Die Iterationsvorschrift wird unmittelbar aus der angestrebten Minimierung der Gütefunktion J abgeleitet. Auch im Fall des umfangreichen Systems der Asynchronmaschine läßt sich damit ein sinnvoller Ansatz gewinnen, wie mit Hilfe des Gradientenverfahrens in den nächsten Abschnitten ausgeführt wird.

Indirekte Verfahren

Diese Verfahren arbeiten prinzipiell anders.

Wie bereits bei der Betrachtung des Maximumprinzips wird auch hier angenommen, daß aus der Gleichung (5.18) die optimale Steuerung in der Form

$$\underline{u}^* = \underline{u}^*(\underline{x}(t), \underline{\lambda}(t), t) \quad (5.19)$$

gewonnen werden kann und somit die Optimalitätsbedingung (5.18) erfüllt wird.

Der Iterationsprozeß muß in Richtung auf Erfüllung der Gleichungen (5.13) und (5.14) mit den zugehörigen Randwerten erfolgen.

Bereits bei der Betrachtung des Maximumprinzips wurde deutlich, daß es im vorliegenden Fall ausgeschlossen ist, die optimale Steuerung $\underline{u}^*$ in Form der Gleichung (5.19) zu gewinnen. Damit scheiden alle indirekten Verfahren (z.B. Newton-Raphson-Verfahren, die Quasilinearisierung) zur weiteren Behandlung aus.

6. Das Gradientenverfahren

6.1 Ableitung des Iterationsverfahrens

Zur iterativen Lösung der in Kapitel 4.2 formulierten Aufgabenstellung A wird nun das Gradientenverfahren herangezogen. Dabei wird zur Ableitung des Verfahrens zunächst angenommen, daß keine Begrenzungen der Steuervariablen und Zustandsvariablen vorliegen. In Abschnitt 6.2 wird die Berücksichtigung dieser Begrenzungen eingeführt.

Für die folgenden Betrachtungen sei angenommen, daß die Gleichungen für das System (5.13), für das Adjungierte System (5.14) mit der Gütefunktion J (5.3) vorliegen. Ferner seien die Randbedingungen $\underline{x}(0) = \underline{x}_0$ und $\underline{N}(\underline{x}(t_1), t_1) = \underline{0}$ gegeben. $\underline{N}(\underline{x}(t_1), t_1) = \underline{0}$ sei entsprechend Gleichung (5.1a) oder (5.1b) in die Gütefunktion einbezogen.

Mit einer geschätzten Steuerfunktion $\underline{u}^0(t)$ und einer geschätzten Endzeit t_1^0 können mit $\underline{x}(0) = \underline{x}_0$ die zugehörigen Zustandsvariablen $\underline{x}^0(t)$ im Zeitintervall $0 \leq t \leq t_1^0$ berechnet werden. Die geschätzte Zeit t_1^0 muß bei Problemen mit freier Endzeit größer als die zu erwartende optimale Endzeit gewählt werden: $t_1^0 > t_1^*$. Dies ist leicht zu verifizieren.

Damit ergibt sich ein bestimmter Wert für die Gütefunktion J^0 . Es ist natürlich nicht zu erwarten, daß mit dieser geschätzten Steuerfunktion bereits das Minimum von J erreicht wird, daher wird auch $\frac{\partial H}{\partial \underline{u}} \neq \underline{0}$ sein und somit Gleichung (5.15) nicht erfüllt. Auch die Randbedingung $\underline{N}(\underline{x}(t_1), t_1) = \underline{0}$ wird im Allgemeinen noch nicht erfüllt. Über die Gleichung (5.16) kann nun $\underline{\lambda}^0(t_1^0)$ berechnet werden und durch Umkehr der Zeitzählung ist es mit

$$\tau = t_1^0 - t \quad (6.1)$$

möglich, die zugehörige adjungierte Variable $\underline{\lambda}^0(\tau)$ bzw $\underline{\lambda}^0(t)$ zu berechnen. Auf die hier angesprochene Berechnung des Adjungierten Systems mit umgekehrter Zeitzählung wird in Abschnitt 6.3 gesondert eingegangen.

Von dem Iterationsverfahren müssen zwei Aufgaben erfüllt werden, deren Lösung im folgenden betrachtet werden soll: (Siehe z.B. /18/ oder /27/)

a) Die Steuerfunktion $\underline{u}(t)$ muß gezielt Schritt für Schritt so abgeändert werden, daß die Gütefunktion J in Richtung auf ihr Minimum ver-

kleinert wird.

- b) Bei Problemen mit freier Endzeit t_1 muß diese Endzeit entsprechend dem Fortschritt der Optimierungsrechnung verkleinert werden.

Festlegung des Iterationsschrittes $\Delta \underline{u}(t)$ für die Steuerfunktion

Betrachtet man bei einer vorgegebenen Steuerung $\underline{u}(t)$ eine Abänderung dieser Steuerung um $\Delta \underline{u}(t)$ im Zeitintervall $0 \leq t \leq t_1$, so folgt daraus eine Variation von $\underline{x}(t)$ um $\Delta \underline{x}(t)$. Die Endzeit t_1 bleibe hierbei fest. Die Änderung, die sich dabei für den Wert der Gütefunktion J ergibt, läßt sich mit Hilfe der ersten Variation von J (Gleichung (5.12)) ermitteln. Berücksichtigt man, daß die Gleichungen (5.14) und (5.16) bei Durchführung der Rechnungen erfüllt sind und $\Delta t_1 = 0$ ist, so sieht man durch Einsetzen dieser Gleichungen in Gleichung (5.12), daß für die Variation von δJ nur ein Anteil verbleibt, der direkt mit $\Delta \underline{u}(t)$ verknüpft ist:

$$\delta J = \int_0^{t_1} \left[\frac{\partial H(\underline{x}(t), \underline{u}(t), \underline{\lambda}(t), t)}{\partial \underline{u}(t)} \right]^T \Delta \underline{u}(t) dt \quad (6.2)$$

Diese Änderung des Wertes der Gütefunktion wird genau dann maximal negativ, wenn $\Delta \underline{u}(t)$ wie folgt gewählt wird:

$$\Delta \underline{u}(t) = - \frac{\partial H(\underline{x}(t), \underline{u}(t), \underline{\lambda}(t), t)}{\partial \underline{u}(t)} \quad (6.3)$$

Die Steuerung für den $N+1$ -ten Iterationsschritt ergibt sich dann sofort zu

$$\underline{u}^{N+1}(t) = \underline{u}^N(t) + \Delta \underline{u}^N(t) \quad (6.4)$$

Fügt man in (6.3) noch eine positive Konstante $K > 0$ ein, so läßt sich damit die "Schrittweite" des Iterationsprozesses beeinflussen.

$$\Delta \underline{u}(t) = -K \frac{\partial H(\underline{x}(t), \underline{u}(t), \underline{\lambda}(t), t)}{\partial \underline{u}(t)} \quad K > 0 \quad (6.5)$$

Festlegung der neuen Endzeit t_1 in jedem Iterationsschritt

Bei Problemen mit variabler Endzeit t_1 muß in jedem Iterationsschritt

die Endzeit t_1 neu festgelegt werden, wobei ausgehend von einer relativ großen Startzeit t_1^0 Schritt für Schritt eine Verkürzung der Zeitdauer des betrachteten Vorganges erfolgt:

$$t_1^{N+1} \leq t_1^N. \quad (6.6)$$

Zur Gewinnung einer Rechenvorschrift für die Neufestsetzung der Endzeit t_1 in jedem Rechenschritt wird davon ausgegangen, daß im Optimum für eine Variation von t_1 gelten muß:

$$\left. \frac{\delta J}{\delta t_1} \right|_{t_1 = t_1^*} = 0. \quad (6.7)$$

Betrachtet man die Gleichung für die erste Variation δJ (Gleichung 5.12), so sieht man, daß Gleichung (6.7) dann erfüllt wird, wenn Gleichung (5.17) gilt. (Gleichung (5.16) ist durch entsprechende Festlegung der Randwerte für $\underline{\lambda}(t_1)$ erfüllt.)

Die Gleichung (5.17) soll hier noch etwas weiter ausgeführt werden. Diese Gleichung lautete:

$$H(\underline{x}(t_1), \underline{u}(t_1), \underline{\lambda}(t_1), t_1) + \frac{\partial \theta(\underline{x}(t_1), t_1)}{\partial t_1} = 0. \quad (5.17)$$

Mit der Hamiltonfunktion (Gleichung (5.5)) läßt sich diese Gleichung aufschreiben:

$$[\underline{\lambda}(t_1)]^T \cdot \underline{f}(\underline{x}(t_1), \underline{u}(t_1)) + \Phi(\underline{x}(t_1), \underline{u}(t_1), t_1) + \frac{\partial \theta(\underline{x}(t_1), t_1)}{\partial t_1} = 0. \quad (6.8)$$

Mit Gleichung (5.16) ergibt sich damit:

$$\left[\frac{\partial \theta(\underline{x}(t_1), t_1)}{\partial \underline{x}(t_1)} \right]^T \cdot \underline{f}(\underline{x}(t_1), \underline{u}(t_1)) + \Phi(\underline{x}(t_1), \underline{u}(t_1), t_1) + \frac{\partial \theta(\underline{x}(t_1), t_1)}{\partial t_1} = 0. \quad (6.9)$$

Diese Gleichung stellt in implizierter Form eine Bestimmungsgleichung für die Berechnung der Endzeit t_1 für einen neuen Iterationszyklus dar. In Kapitel 7 soll die Handhabung dieser Gleichung am Beispiel des zeitoptimalen Beschleunigungsvorganges näher verdeutlicht werden.

6.2 Die Begrenzung der Steuer- und Zustandsvariablen

Die bisherige Ableitung des Gradientenverfahrens erfolgte unter der Annahme, daß keine Begrenzungen der Steuer- und Zustandsvariablen vorliegen. Wie in Abschnitt 4.2 bereits angedeutet wurde, ist es jedoch unbedingt erforderlich, bei den hier vorliegenden Optimierungsaufgaben Begrenzungen der Steuervariablen z.B. Gleichung (4.11) oder (4.12) und der Zustandsvariablen z.B. Gleichung (4.14) zu beachten.

Begrenzung der Steuervariablen

In Abschnitt 5.1.2 hatte sich gezeigt, daß die Aussagen des Maximumprinzips von Pontrjagin in dem hier vorliegenden Fall nicht ausgenutzt werden können. In der Literatur (z.B. bei Sage /27/) werden verschiedene Möglichkeiten genannt, indirekt eine Begrenzung der Steuervariablen herbeizuführen:

1. Die Einführung von sogenannten Straffunktionen in die Gütefunktion.
2. Die Einführung von Zusatzvariablen, welche es gestatten, die geforderten Ungleichungen für die Steuervariablen (allgemein Gleichung (4.13)) in Gleichungen zu überführen.

Im vorliegenden Fall, bei dem bzgl. der Steuervariablen nur die relativ einfachen Forderungen (4.11) und (4.12) berücksichtigt werden müssen, sind diese Verfahren zu aufwendig und es bietet sich hier an, in Abwandlung eines bei Hofer / Lunderstädt /18/ genannten Verfahrens einen pragmatischen Weg zu wählen. Die Vorschrift lautet allgemein:

3. Die Berechnung der Iterationsvorschrift für $\Delta u(t)$ erfolgt stets wie im unbegrenzten Fall: Gleichung (6.5). Liegt dann der neue Wert einer Steuervariablen außerhalb der zulässigen Grenze, so wird diese Steuervariable auf den Grenzwert festgelegt.

Das einfache Verfahren werde am Fall der Begrenzung von $|\hat{u}_1(t)| \leq \hat{u}_{1,\max}$ betrachtet. Es gelte bei einem beliebigen Wert für t:

$$0 < \hat{u}_1^N(t) < \hat{u}_{1,\max} \quad (6.10)$$

Folgt für diesen Wert von t mit $\Delta \hat{u}_1^N(t) > 0$

$$\hat{u}_1^{N+1}(t) = \hat{u}_1^N(t) + \Delta \hat{u}_1^N(t) > \hat{u}_{1\max}, \quad (6.11)$$

so wird

$$\hat{u}_1^{N+1}(t) = \hat{u}_{1\max} \quad (6.12)$$

gesetzt. Dieses Verfahren wird im ganzen Zeitintervall $0 \leq t \leq t_1$ durchgeführt. Wie sich bei den Berechnungen zeigen wird, reicht diese einfache Festlegung vollständig aus. Die Gültigkeit der Gleichung (6.5) bleibt im übrigen stets erhalten, da die Auswertung dieser Gleichung immer wie im unbegrenzten Fall erfolgt.

Begrenzung von Zustandsvariablen

Die Begrenzung von Zustandsvariablen läßt sich nicht so leicht verwirklichen wie die Begrenzung von Stellvariablen. Neben der einfachen Begrenzung einer einzelnen Zustandsvariablen z.B. $n(t) \leq n_{\max}$ (6.13) sind auch Fälle zu beachten, in denen komplexe Ausdrücke für die Begrenzungsbedingungen vorliegen (Gleichung (4.14) bzw. (4.15)).

Eine wirksame Methode, auch komplizierte Begrenzungsbedingungen zu erfüllen, ist mit der Einführung von Straffunktionen in die Gütefunktion gegeben. Liegt allgemein die Forderung an die Begrenzung der Zustandsvariablen in Form der Ungleichung (4.16) vor: $h\{\underline{x}(t)\} \leq 0$, so wird diese Forderung in folgender Weise in eine gegebene Gütefunktion J_1 eingefügt:

$$J = J_1 + \int_0^{t_1} \{K_h(t) [h\{\underline{x}(t)\}]\} dt \quad (6.14)$$

mit $K_h(t) = \begin{cases} k_h > 0, & \text{für } h\{\underline{x}(t)\} > 0 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$

Die Wirkung dieser Straffunktion im Iterationsprozeß soll an einem einfachen Beispiel, der Begrenzung der Drehzahl nach Ungleichung (6.13) verdeutlicht werden.

Es sei $n(t) \geq 0$. Dann ergibt sich für diesen Fall sofort die Forderung

$$h\{\underline{x}(t)\} = n(t) - n_{\max} \leq 0 \quad (6.15)$$

und es folgt die entsprechend Gleichung (6.14) vorzunehmende Erweiterung der Gütefunktion zu

$$J = J_1 + \int_0^{t_1} \{K_n(t) [n(t) - n_{\max}]\} dt \quad (6.16)$$

mit $K_n(t) = \begin{cases} k_n > 0, & \text{für } n(t) > n_{\max} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$

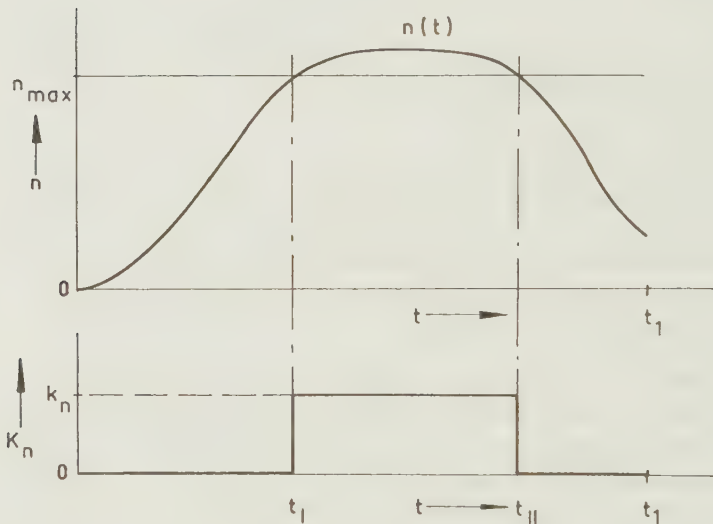


Bild 6.1 Definition der Straffunktion $K_n(t)$ bei einem Drehzahlverlauf $n(t)$

Nach Lösung der Systemgleichung ergebe sich z.B. ein Drehzahlverlauf $n(t)$ entsprechend Bild 6.1, wobei im Teilintervall $t_I \leq t \leq t_{II}$ die Drehzahl den geforderten Grenzwert überschreite. Das Gradientenverfahren ist bestrebt, die Gesamtfunktion J einem Minimum zuzuführen. Dort, wo $n(t) \leq n_{\max}$ bleibt, ist mit $K_n(t) = 0$ der zusätzlich eingefügte Term in der Gütefunktion ohne Wirkung. Im Zeitintervall $t_I \leq t \leq t_{II}$ dagegen, wo $n(t) > n_{\max}$ gilt, wird durch die Aufintegration

$$\int_{t_I}^{t_{II}} k_n [n(t) - n_{\max}] dt > 0, \quad k_n > 0 \quad (6.17)$$

bewirkt, daß der Wert der Gütefunktion vergrößert wird: $J > J_1$. Wie stark der Einfluß dieser Straffunktion bei gegebener Abweichung $n(t) > n_{\max}$ auf den Wert der Gütefunktion J ist, wird durch den Gewichtungsfaktor k_n festgelegt. Diese "Strafe" wirkt also der gewünschten Zielsetzung, der Minimierung von J , entgegen. Das Iterationsverfahren sorgt nun Schritt für Schritt in den folgenden Iterationszyklen dafür, daß neben der Minimierung von J_1 auch diese "Strafe" in jedem Schritt immer kleiner ausfällt, daß also die Begrenzung immer besser eingehalten wird.

Bereits aus dieser kurzen Betrachtung über die Technik der Straffunktion wird deutlich, daß eine Begrenzung, wie sie z.B. in der Gleichung (6.13) formuliert ist, nicht im mathematisch exakten Sinne eingehalten werden kann, da ein Eingreifen der Straffunktion immer ein, zumindest geringfügiges Überschreiten der Grenze erfordert. An den Berechnungsbeispielen der folgenden Kapitel wird jedoch deutlich, daß trotz dieser theoretischen Unzulänglichkeit diese Methode praktisch sehr gute Ergebnisse liefert.

In diesem Zusammenhang muß noch eine Anmerkung angefügt werden. Die Einhaltung eines Grenzwertes wird sehr gut erreicht, wenn die Straffunktionen in der gezeigten Weise in die Gütefunktion eingefügt werden. Erfolgt dagegen die Einführung der Straffunktion, wie in der Literatur z.B. bei Sage /27/ auch angegeben, mit höheren Potenzen, etwa entsprechend Gleichung (6.18), so ergibt sich eine noch wesentlich "weichere" Begrenzung, da dann in der Regel auch etwas größere Abweichungen (hier $n(t) > n_{\max}$) bestehen bleiben. Für eine derartige "weiche" Begrenzung lautet die Straffunktion z.B.:

$$J = J_1 + \int_0^{t_1} \{K_n(t) [n(t) - n_{\max}]^2\} dt \quad (6.18)$$

$$K_n(t) = \begin{cases} k_n \geq 0 & \text{für } n(t) > n_{\max} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Wie bereits früher ausgeführt, stellt die Begrenzung der Größe des Ständerflusses eine zentrale Forderung dar. Deshalb soll die Einfügung in die Gütefunktion hier noch angegeben werden. In Kapitel 4 wurde die Forderung $|\underline{\Psi}_1| = \underline{\Psi}_1 \leq \underline{\Psi}_{1\max}$, Gleichung (4.14) formuliert. Ausgeschrieben ergibt sich für die Komponente des Ständerflußraumzeigers:

$$\sqrt{\Psi_{1\alpha}^2 + \Psi_{1\beta}^2} \leq \Psi_{1\max} \quad (6.19)$$

Aus der Sicht der Rechentechnik ist es zweckmäßig, die Wurzel in Gleichung (6.19) zu vermeiden. Dies läßt sich leicht erreichen, wenn an Stelle (4.14) gefordert wird:

$$\Psi_1^2 \leq \Psi_{1\max}^2 \quad (6.20)$$

Für die Komponenten des Ständerflußraumzeigers ergibt sich damit die Forderung:

$$\Psi_{1\alpha}^2 + \Psi_{1\beta}^2 - \Psi_{1\max}^2 \leq 0, \quad (6.21)$$

woraus sofort die Einführung der Straffunktion in die Gütefunktion entsprechend Gleichung (6.14) folgt:

$$J = J_1 + \int_0^{t_1} \{K_\Psi(t) [(\Psi_{1\alpha}^2 + \Psi_{1\beta}^2) - \Psi_{1\max}^2]\} dt \quad (6.22)$$

$$\text{mit } K_\Psi(t) = \begin{cases} K_\Psi > 0 & \text{für } \Psi_{1\alpha}^2 + \Psi_{1\beta}^2 > \Psi_{1\max}^2 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

6.3 Die Berechnung des Adjungierten Systems

Der Berechnung des Adjungierten Systems muß besondere Beachtung geschenkt werden. Wie in Abschnitt 6.1 bereits erwähnt wurde, muß diese Berechnung an einer Rechenanlage mit rückwärtslaufender Zeitzählung mit $\tau = t_1 - t$ (Gleichung (6.1)) erfolgen. Dafür gibt es zwei Gründe:

1. Aus der Ableitung des Gradientenverfahrens folgt, daß die Randwerte $\underline{\lambda}(t_1)$ bestimmt sind und eingehalten werden müssen. Für $\underline{\lambda}(0)$ gibt es dagegen keine Aussagen. Man müßte also bei Rechnungen mit positiver Zeitzählung $0 + t + t_1$ sooft mit verschiedenen Startwerten $\underline{\lambda}(0)$ Proberechnungen durchführen, bis eine Lösung $\underline{\lambda}(t)$ die rechten Randwerte $\underline{\lambda}(t_1)$ erfüllt. Da $\underline{\lambda}(t)$ im vorliegenden Fall bei der Behandlung von Drehzahlvorgängen entsprechend $\underline{x}$ aus 5 Komponenten und bei der Behandlung von Aufgaben der Drehwinkelsteuerung aus 6 Komponenten besteht, ist diese Verfahrensweise nicht praktikabel.

2. Wie die spätere Niederschrift der Gleichungen für das Adjungierte System zeigt, ergeben sich für positive Zeitzählung $0 \rightarrow t \rightarrow t_1$ instabile Rechenstrukturen. Dadurch haben auch bei begrenzter Rechenzeit alle Lösungen der Differentialgleichungen des Adjungierten Systems anklingendes Verhalten, sodaß auch kleinste Störungen sofort anwachsen und die Lösungen unbrauchbar werden lassen. Durch Umkehrung der Zeitzählung entsprechend Gleichung (6.1) werden die instabilen in stabile Rechenstrukturen überführt und damit die genannten Probleme vermieden.

Wie Gleichung (5.14) zeigt, setzt sich die das Adjungierte System bestimmende Differentialgleichung aus zwei additiv verknüpften Anteilen zusammen:

$$\frac{\partial H}{\partial \underline{x}} = -\dot{\underline{\lambda}}(t) = \frac{\partial \Phi(\underline{x}(t), \underline{u}(t), t)}{\partial \underline{x}(t)} + \left[\frac{\partial \underline{f}(\underline{x}(t), \underline{u}(t))}{\partial \underline{x}(t)} \right]^T \underline{\lambda}(t). \quad (5.14)$$

Dabei wird durch den zweiten Term nach Bildung der partiellen Differentiation der Systemgleichung

$$\left[\frac{\partial \underline{f}(\underline{x}(t), \underline{u}(t))}{\partial \underline{x}(t)} \right]^T \underline{\lambda}(t) \quad (6.23)$$

der wesentliche Teil, die innere Struktur des Adjungierten Systems, festgelegt. Diese innere Struktur besitzt, wie sich später zeigen wird, große Ähnlichkeit mit der Struktur der Systemgleichung selbst.

Der erste Term aus Gleichung (5.14) resultiert durch Bildung der partiellen Differentiation aus dem gesamten integralen Anteil der Gütefunktion

$$\frac{\partial \Phi(\underline{x}(t), \underline{u}(t), t)}{\partial \underline{x}(t)} \quad (6.24)$$

und läßt sich als Ansteuerung der inneren Struktur des Adjungierten Systems auffassen.

Der Term der Gütefunktion für die Bewertung der Endbedingung $\theta(\underline{x}(t_1), t_1)$ hat keinen Einfluß auf die Struktur des Adjungierten Systems, sondern bestimmt, wie bereits betrachtet, entsprechend Gleichung (5.16) nur die Randbedingungen $\underline{\lambda}(t_1)$.

Wird bei dem vorgegebenen System des Asynchronmotors die Gütefunktion zur Untersuchung verschiedener Vorgänge variiert, so ändert sich im Adjungierten System nur der Term $\frac{\partial \Phi}{\partial \underline{x}}$ für die Ansteuerung und mit Θ die Vorgabe der Randbedingung für $\underline{\lambda}(t_1)$, während die innere Struktur des Adjungierten Systems völlig unverändert bleibt.

6.4 Der Rechenzyklus

Wie bei der Ableitung des Gradientenverfahrens in Abschnitt 6.1 bereits deutlich wurde, ergibt sich für den notwendigen Iterationsvorgang ein geschlossener Zyklus, der so lange durchlaufen werden muß, bis ein Abbruchkriterium erfüllt ist. Formal läßt sich aus Gleichung (6.5) ein Abbruchkriterium ableiten:

Die Rechnung wird beendet, falls das

$$\text{Max über } t \left[\frac{\partial H(\underline{x}(t), \underline{u}(t), \underline{\lambda}(t), t)}{\partial \underline{u}(t)} \right]^T \left[\frac{\partial H(\underline{x}(t), \underline{u}(t), \underline{\lambda}(t), t)}{\partial \underline{u}(t)} \right] \leq \epsilon \text{ ist,} \quad (6.25)$$

wobei ϵ eine kleine positive Zahl ist.

Ist ϵ hinreichend klein, und ist die Ungleichung (6.25) bei Beendigung der Rechnung erfüllt, so ist damit die Optimalitätsbedingung (5.15) $\frac{\partial H}{\partial \underline{u}} = 0$ näherungsweise verifiziert.

Der gesamte Rechenzyklus ist in Bild 6.2 dargestellt. Es sind die wesentlichen Rechenvorgänge aufgetragen. Dabei ist zu beachten, daß die Bildung der partiellen Differentiationen zur Rechenvorbereitung gehört, während die Lösung der daraus folgenden Differentialgleichungssysteme auf der Rechenanlage erfolgen muß.

6.5 Auswahl einer geeigneten Rechenanlage

Die Lösung der nach dem Gradientenverfahren in den letzten Abschnitten aufbereiteten und im Rechenzyklus in Bild 6.2 zusammengefassten Differentialgleichungen muß auf einer Rechenanlage erfolgen. Zur Beurteilung, welche Rechenanlage, der Analog-, Digital- oder Hybridrechner hierfür

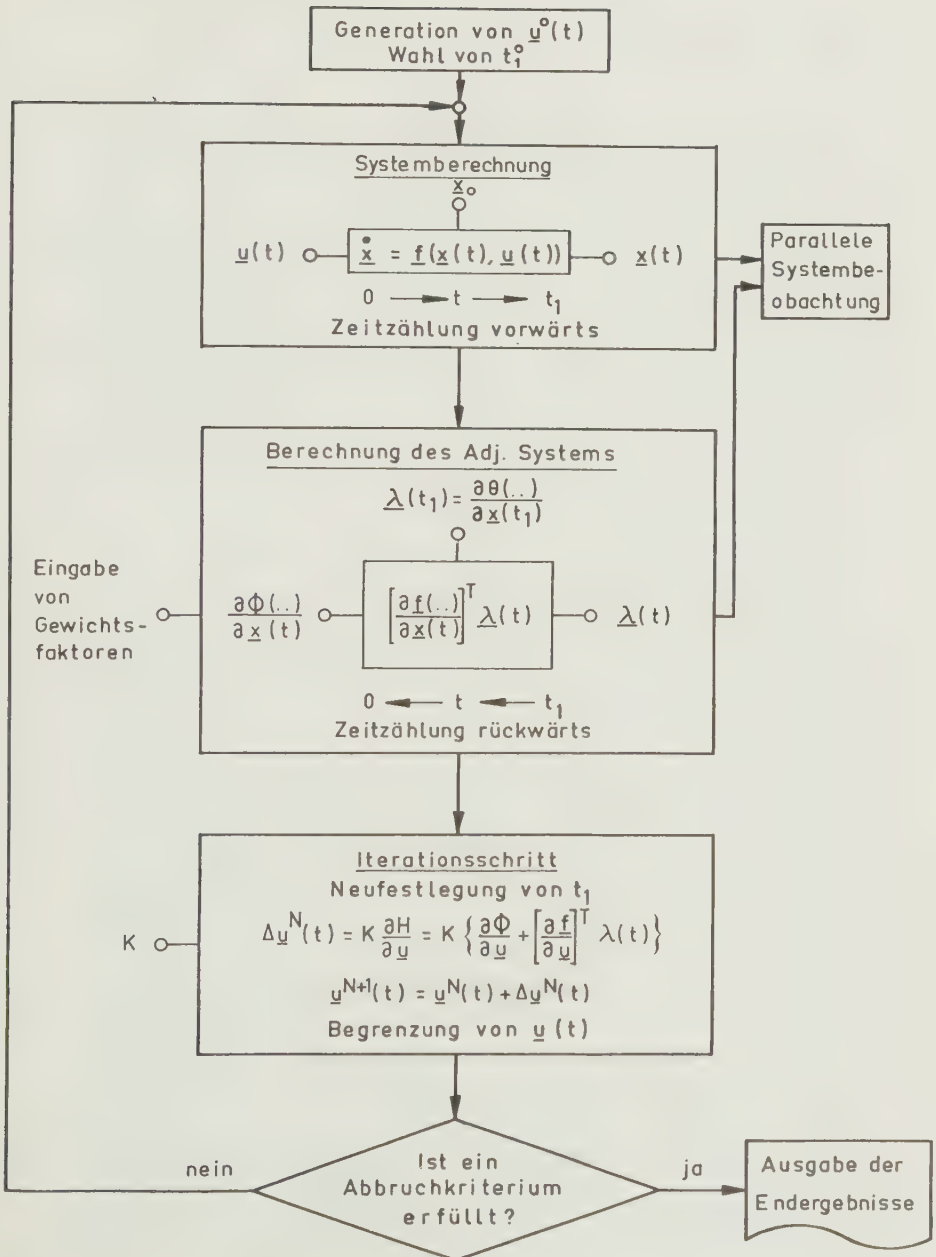


Bild 6.2 Der Rechenzyklus des Gradientenverfahrens

geeignet ist, muß an Hand von Bild 6.2 betrachtet werden, welche wesentlichen Rechenabläufe behandelt werden müssen. Die drei Hauptblöcke symbolisieren:

1. Die Lösung der Systemdifferentialgleichungen
2. Die Lösung der Differentialgleichungen des Adjungierten Systems
3. Die Berechnung des Iterationsschrittes.

Da die Differentialgleichungen des Adjungierten Systems mit rückwärts laufender Zeit t von $t_1 \neq 0$, die Systemgleichungen des Asynchronmotors dagegen normal mit vorwärts laufender Zeit t gelöst werden müssen, kann die Lösung dieser beiden Differentialgleichungssysteme nicht gleichzeitig und synchron erfolgen. Damit scheidet auch aus Gründen der notwendigen Speicherung der Funktionen und der in 3. genannten zusätzlichen Rechenoperationen die alleinige Verwendung eines Analogrechners zur Behandlung der vorliegenden Aufgabe aus. Die Berechnung muß auf einem Digital- oder Hybridrechner erfolgen.

Behandlung der Aufgabe auf einem Hybridrechner

Im vorliegenden Fall erfolgte die Bearbeitung auf einem Hybridrechner EAI 640/680. Hierbei ergibt sich eine charakteristische Arbeitsteilung zwischen dem Digital- und Analogteil des Rechners, auf die im folgenden kurz eingegangen werden soll.

Es werden alle Differentialgleichungen, also die Systemgleichung und das Adjungierte System vollständig auf dem Analogrechner behandelt. Der Digitalrechner übernimmt die notwendige Speicherung der Daten, die Steuerung des Rechenablaufes und die Bearbeitung aller Zwischenrechnungen. Da alle Steuergrößen $\underline{u}(t)$, die Systemgrößen $\underline{x}(t)$ und $\underline{\lambda}(t)$ Zeitfunktionen sind und sowohl im Analogrechenteil verarbeitet werden als auch im Digitalrechner verarbeitet und gespeichert werden müssen, ist eine einwandfreie Synchronisation zwischen Analog- und Digitalrechner während der Analogrechnung wesentlich. Synchron zur Systemberechnung am Analogrechner fallen am Digitalrechner nur Datentransfer- und Datenspeicheraufgaben an. Deshalb gelingt es, die Analogrechnung schnell durchzuführen. Darüberhinaus bietet der Analogrechner die Möglichkeit, die Rechnung flexibel zu beeinflussen (z.B. durch Anpassung der Gewichtskonstanten). Durch Ausgabe der gewünschten Funktionen parallel zur Rechnung auf z.B. Speicheroszillographen sind gute Beobachtungsmöglichkeiten der Konvergenz des Verfahrens gegeben.

7. Berechnung optimaler Übergangsvorgänge für die Drehzahl

7.1 Einführung

Für den Betrieb des Asynchronmotors bei variabler Drehzahl stellt die Berechnung zeitoptimaler Übergangsvorgänge der Drehzahl ein zentrales Problem dar. Besonders in Hinblick auf einen denkbaren Einsatz des Asynchronmotors als Servomotor ist diese Aufgabenstellung von Bedeutung. Die Zielsetzung des nachfolgenden Kapitels besteht deshalb darin, die optimale Führung der Steuergrößen der Maschine so zu berechnen, daß die Übergangsvorgänge der Drehzahl in minimaler Zeit, auch zeitoptimal genannt, ablaufen. Dabei werden Beschleunigungs-, Brems- und Reversiervorgänge unterschieden. Von besonderem Interesse sind hierbei Drehzahlvorgänge, die vom Stillstand ($n_0 = 0$) der Maschine ausgehen, bzw. auf den Stillstand der Maschine hinführen (Stillsetzen).

Für die gewünschten Übergangsvorgänge liegen bestimmte Rand- und Grenzbedingungen vor. Im einfachsten Fall wird bei der Betrachtung des Einschaltvorganges angenommen, daß alle Anfangsbedingungen Null sind. Allgemein sind die Randbedingungen jeweils durch den stationären Leerlauf der Maschine gekennzeichnet. Dabei soll die Maschine bei Leerlauf stets mit ihrem Nennfluß betrieben werden. Konzentriert dargestellt ergibt sich damit für das nachfolgende Kapitel folgende

Aufgabenstellung A1

Gesucht ist die optimale Führung der Amplitude $\hat{u}_1^*(t)$ und der Frequenz $\omega_1^*(t)$ der Ständerspannung des Motors, sodaß die Drehzahl $n(t)$ vom stationären

Anfangszustand $n(0) = n_0$, $d_M(0) = 0$, $\underline{\psi}_1(0) = \underline{\psi}_{10}$, $\underline{\psi}_2(0) = \underline{\psi}_{20}$

in möglichst kurzer Zeit t_1^* in den stationären

Endzustand $n(t) = n_1$, $d_M(t) \equiv 0$, für $t \geq t_1^*$ (Leerlauf)

mit $\underline{\psi}_1(t_1^*) = \underline{\psi}_{11}$, $\underline{\psi}_2(t_1^*) = \underline{\psi}_{21}$

überführt wird. Vorgegebene

Begrenzungen $\hat{u}_1(t) \leq \hat{u}_{1\max}$, $\omega_1(t) \leq \omega_{1\max}$, $\Psi_1(t) \leq \Psi_{1\max}$

müssen hierbei eingehalten werden.

Um eine bessere Transparenz der Gliederung dieses Kapitels zu ermöglichen, sollen einige Vorbemerkungen getroffen werden.

Wie bereits mehrfach angedeutet wurde, gliedert sich die Bearbeitung einer Optimierungsaufgabe in mehrere Teilaufgaben. Nachdem die geeignete Optimierungsstrategie festgelegt ist, verbleiben noch die wichtigen Punkte: die Formulierung der Gütefunktion, die Wahl der Startfunktionen für den ersten Rechenschritt und ganz wesentlich: die abschließende kritische Beurteilung der Ergebnisse.

Der zentrale Schritt ist zunächst die Formulierung der Gütefunktion. Wie in Kapitel 4.1 schon zu erkennen war, gibt es für die Umschreibung einer technischen Problemstellung nicht "die" passende Gütefunktion, vielmehr sind recht unterschiedliche Ansätze möglich. Dieser Umstand kommt der Bewältigung eines weiteren Problems entgegen.

Eine wesentliche Frage ist nämlich, wie eine Eindeutigkeit und Absicherung der Ergebnisse erreicht werden kann. Die Optimierungsstrategie vermag nur notwendige Bedingungen für das Auffinden des Optimums zu liefern, kann dagegen keine Aussagen über die Eindeutigkeit der Ergebnisse treffen. Zur Absicherung der Ergebnisse werden hier deshalb zwei wesentliche Wege beschritten:

1. Die Durchführung der Optimierungsrechnung erfolgt mit Hilfe der zwei verschiedenen Lösungswege bei fester und freier Endzeit t_1 mit den jeweils unterschiedlichen charakteristischen Grundansätzen der Gütefunktion. Die Vorstellung dieser beiden Lösungswege bildet einen Schwerpunkt des nachfolgenden Kapitels.
2. Die Gültigkeit der gewonnenen Lösungen wird durch Rechnung mit verschiedenen Startfunktionen $\underline{u}^0(t)$ überprüft.

Alle Lösungswege müssen natürlich zu weitgehend übereinstimmenden Ergebnissen führen und bieten dann eine gewisse Gewähr für die Eindeutigkeit der Lösungen. Die Absicherung und eine kritische Beurteilung der Ergebnisse aus antriebstechnischer Sicht ist ganz entscheidend, denn es gibt keine direkten Kriterien dafür, ob der Punkt, an dem der Iterationsprozeß zum Stillstand kommt, durch ein globales oder nur ein Nebenmini-

mum der Gütefunktion resultiert. Bei dieser abschließenden Beurteilung muß auch Klarheit darüber gewonnen werden, ob die gewählte Gütefunktion die technisch-physikalische Aufgabenstellung hinreichend beschreibt.

Die Art und Weise, wie das Optimierungsverfahren die gegebene Aufgabenstellung erfüllt, soll hier allgemein mit dem Begriff Konvergenzverhalten umschrieben werden. Dabei werde der Begriff der Konvergenz in dem weiteren Sinne verstanden, daß Konvergenz des Verfahrens nur dann vorliegt, wenn die technisch-physikalische Aufgabenstellung erfüllt ist. Die Frage nach der Konvergenz in diesem Sinne schließt also die Frage nach der richtigen Formulierung der Gütefunktion mit ein. Zu Beginn der Berechnungen wird in diesem Kapitel die folgerichtige Entwicklung der Gütefunktion nach Beurteilung erster Ergebnisse an einem Beispiel in Abschnitt 7.4.1 gezeigt. Eine eingehendere Betrachtung des Konvergenzverhaltens und markanter spezifischer Konvergenzprobleme erfolgt dann in dem Kapitel 9.

Das Gradientenverfahren ist von seinem Ansatz her in der Lage, die Steuerfunktion $\underline{u}(t)$ in einem gewünschten Sinne entsprechend einer Gütefunktion zu optimieren. Zu einmal vorgegebenen Anfangsbedingungen (z.B. für die Anfangslage des Ständerflußraumzeigers $\underline{\Psi}_1(0)$) wird dann die Steuerung $\underline{u}^*(t)$ so im Rahmen der Freiheitsgrade für die Steuerung bestimmt, daß auf diese Anfangsbedingungen optimal reagiert wird. Das Optimierungsverfahren kann jedoch nicht die Anfangsbedingungen selbst, also $\underline{\Psi}_1(0)$ etc. verändern. Hier stellt sich die Frage, welchen Einfluß die Wahl der Anfangsbedingungen auf die Ausbildung der optimalen Steuerung hat, und ob es unter Umständen optimale Anfangsbedingungen gibt. Die Frage nach den möglichen Freiheitsgraden in der Führung des Ständerspannungsraumzeigers und nach der geeigneten Orientierung des Ständerspannungsraumzeigers im umlaufenden Koordinatensystem ist hierbei von entscheidender Bedeutung. Der Behandlung dieser Probleme sind die Abschnitte 7.4.2 und 7.4.3 gewidmet.

Da die Bearbeitung der vorliegenden Optimierungsaufgaben und insbesondere bei noch umfangreicheren Problemstellungen einen großen rechnerischen Aufwand erfordert, ist die Frage interessant, durch welche geeigneten Maßnahmen eine Reduktion dieses Aufwandes auf der Recheneinrichtung erzielbar ist. Äußerst wichtig wird diese Frage dann, wenn die Ka-

pazitätsgrenze einer Rechenanlage (bei Hybridrechenanlagen insbesondere hinsichtlich der verfügbaren Datenkanäle und bestimmter Analogrechnerkomponenten) erreicht wird. In diesem Zusammenhang ist die Frage nach der geeigneten Berücksichtigung der Streuwegsättigung von Bedeutung. Die Berücksichtigung der Streuwegsättigung erfordert auch in der sehr konzentrierten Form der Beschreibung durch einen ständerstromabhängigen totalen Streukoeffizienten $\frac{1}{\sigma}(i_1^2)$ noch einen hohen Aufwand an Rechenkomponenten. In Abschnitt 7.4.4 wird deshalb untersucht, wie bei den vorliegenden Aufgabenstellungen für die Optimierungsrechnungen auch mit einer Konstantwertnäherung für den totalen Streukoeffizienten σ gerechnet werden kann, wenn eine gewisse Genauigkeitseinbuße der Lösungen in Kauf genommen wird.

Bei den Beispielen, die in diesem Kapitel berechnet werden, wird angenommen, daß die Speiseeinrichtung der Maschine und der Asynchronmotor selbst in starkem Maße kurzzeitig überlastbar sind. Aus diesem Grunde wird keine Stromgrenze vorgesehen. Die Speiseeinrichtung möge einen Betrieb bis $\hat{u}_{1\max} = \omega_{1\max} = 1,6$ zulassen. Die wesentliche Begrenzung ist durch den maximal zulässigen Wert für den Ständerfluß $\Psi_{1\max}$ gegeben. Es wird auch hier eine Überlastfähigkeit auf $\Psi_{1\max} \approx 1,4$ angenommen. Dies entspricht einer Begrenzung des Hauptfeldes in der Maschine auf $\Psi_{h\max} \approx 1,2$. Eine Reduktion dieses Grenzwertes wirkt sich natürlich auf das Beschleunigungsvermögen der Maschine und auf die Gestalt der optimalen Steuerfunktionen aus. In Abschnitt 7.4.6 werden Beispiele hierzu betrachtet.

Obwohl, wie oben bereits erwähnt wurde, keine Grenze für die Größe des Ständerstromes vorgesehen wird, ist dennoch in mehrfacher Hinsicht die Betrachtung von zeitoptimalen Beschleunigungsvorgängen bei gleichzeitiger Minimierung der Ständerstromgröße interessant. Deshalb werden in Abschnitt 7.4.7 Beschleunigungsvorgänge mit dieser zusätzlichen Zielsetzung betrachtet. In Kapitel 9 wird dann deutlich, daß die Minimierung des Ständerstromes auch im Zusammenhang mit dem Konvergenzverhalten des Verfahrens von Bedeutung ist.

Die Diskussion der Ergebnisse der jeweiligen Beispiele wird in diesem Kapitel auf das notwendige Maß beschränkt. Eine kritische Analyse und Systematisierung der Ergebnisse aus antriebstechnischer Sicht erfolgt dann für Beschleunigungs- und Bremsvorgänge in Kapitel 10.

7.2 Das kanonische Gleichungssystem

Für die nun folgende Aufstellung der ausgeschriebenen Gleichungen genügt es, die Systemgleichung (2.18.1 - 2.18.5) zu betrachten, da die Gleichung für den Drehwinkel ϑ (2.18.6) nicht benötigt wird.

Wie in Abschnitt 6.3 bereits ausgeführt wurde, ist die innere Struktur des Adjungierten Systems nur durch die Gleichungen des Systems selbst bestimmt (Gleichung (6.23)). Die Gütefunktion hat dabei nur Einfluß auf die Ansteuerung dieser inneren Struktur (6.24) und auf die Randbedingung $\lambda(t_1)$ (Gleichung (5.16)). Die Aufstellung des ausgeschriebenen kanonischen Gleichungssystems und die Ermittlung der Strukturen für das System des Asynchronmotors und des Adjungierten Systems wird deshalb ausgehend von einer relativ allgemeinen Gütefunktion durchgeführt. Diese Gütefunktion enthält die wesentlichen Terme, die zur Berechnung zeitoptimaler Übergangsvorgänge der Drehzahl notwendig sind. Bei der Betrachtung der einzelnen Lösungswege muß dann diese etwas allgemeine Gütefunktion noch den Erfordernissen entsprechend ergänzt, bzw. eingeschränkt werden. Die Erweiterungen bzw. Einschränkungen, die sich hieraus insbesondere für die Ansteuerung der inneren Struktur und für die Randwerte des Adjungierten Systems ergeben, sind sofort ersichtlich. Deshalb genügt es, das ausgeschriebene Adjungierte Gleichungssystem und die zugehörige Struktur in einer relativ allgemeinen Form zu betrachten.

Aus einer Kombination der in Abschnitt 4.1 bereits eingeführten Teilgütefunktionen ergibt sich mit den Gleichungen (4.1), (4.3), (4.5), (4.7) und (4.8) und mit Gleichung (6.22) zur Verifizierung der Ständerflußbegrenzung sowie der Einfügung der Flußrandbedingungen bei t_1 die nachfolgende allgemeine Formulierung einer grundlegenden

Gütefunktion

$$\begin{aligned}
 J = & k_{n1} (n(t_1) - n_1)^2 + k_{dM1} (\dot{d}_M(t_1))^2 + k_{dM1}^* (\dot{d}_M^*(t_1))^2 \quad (7.1) \\
 & + k_{\psi 1} \left[\psi_{1\alpha}^2(t_1) + \psi_{2\alpha}^2(t_1) + (\psi_{1\beta}(t_1) - \psi_{1\beta 1})^2 + (\psi_{2\beta}(t_1) - \psi_{2\beta 1})^2 \right] \\
 & + \int_0^{t_1} \{ k_t \cdot 1 + k_n (n(t) - n_1)^2 + K_\psi(t) [\psi_{1\alpha}^2(t) + \psi_{1\beta}^2(t) - \psi_{1\max}^2] \} dt
 \end{aligned}$$

mit $k_{n1} \geq 0$, $k_{dM1} \geq 0$, $k_{dM1}^* \geq 0$, $k_{\psi 1} \geq 1$, $k_t \geq 0$, $k_n \geq 0$ und

$$K_{\Psi}(t) = \begin{cases} k_{\Psi} > 0 \text{ für } \Psi_{1\alpha}^2 + \Psi_{1\beta}^2 > \Psi_{1\max}^2 \\ 0 \text{ sonst.} \end{cases}$$

Mit der ausgeschriebenen Systemgleichung für den Asynchronmotor (2.18.1 - 5) ergibt sich mit dem Integralanteil aus der Gütefunktion (7.1) die Hamiltonfunktion H nach Gleichung (5.5), wobei die Multiplikation $\underline{\lambda}^T(t) [\underline{f}(\underline{x}(t), \underline{u}(t))]$ bereits ausgeführt ist: ¹⁾

$$\begin{aligned} H = & \left\{ k_t + k_n (n - n_1)^2 + K_{\Psi}(t) [\Psi_{1\alpha}^2 + \Psi_{1\beta}^2 - \Psi_{1\max}^2] \right. \\ & + \lambda_1 \left[-\frac{R_1}{\sigma X_1} \Psi_{1\alpha} + \omega_1 \Psi_{1\beta} + \frac{R_1}{\sigma X_1} \frac{X_h}{X_2} \Psi_{2\alpha} + \hat{u}_1 \right] \\ & + \lambda_2 \left[-\omega_1 \Psi_{1\alpha} - \frac{R_1}{\sigma X_1} \Psi_{1\beta} + \frac{R_1}{\sigma X_1} \frac{X_h}{X_2} \Psi_{2\beta} \right] \\ & + \lambda_3 \left[\frac{R_2}{\sigma X_2} \frac{X_h}{X_1} \Psi_{1\alpha} - \frac{R_2}{\sigma X_2} \Psi_{2\alpha} + (\omega_1 - n) \Psi_{2\beta} \right] \\ & + \lambda_4 \left[\frac{R_2}{\sigma X_2} \frac{X_h}{X_1} \Psi_{1\beta} - (\omega_1 - n) \Psi_{2\alpha} - \frac{R_2}{\sigma X_2} \Psi_{2\beta} \right] \\ & \left. + \lambda_5 \left[\frac{1}{T_A} \frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} (\Psi_{1\beta} \Psi_{2\alpha} - \Psi_{1\alpha} \Psi_{2\beta}) \right] \right\} \quad 2) \quad (7.2) \end{aligned}$$

Für die Ermittlung des Adjungierten Systems muß die Gleichung

$$-\dot{\underline{\lambda}}(t) = \frac{\partial H(\underline{x}(t), \underline{u}(t), \underline{\lambda}(t), t)}{\partial \underline{x}(t)} \quad (5.14)$$

ausgewertet werden. Hierzu müssen die partiellen Ableitungen

$\frac{\partial H}{\partial \Psi_{1\alpha}}, \frac{\partial H}{\partial \Psi_{1\beta}}, \dots$ gebildet werden. Soll die Streuungssättigung berücksichtigt werden, so muß beachtet werden, daß $\frac{1}{\sigma}$ entsprechend den Gleichungen (2.17), (2.16.1) und (2.16.2) ebenfalls über die in Bild 2.4 dargestellte nichtlineare Funktion von den Flußkomponenten $\Psi_{1\alpha}$, $\Psi_{1\beta}$, $\Psi_{2\alpha}$ und $\Psi_{2\beta}$ abhängt.

¹⁾ Anmerkung Es gilt für $\underline{\lambda}^T(t) = (\lambda_1(t), \lambda_2(t), \lambda_3(t), \lambda_4(t), \lambda_5(t))$.

²⁾ Bei $\lambda_1, \dots, \lambda_5, n, \Psi_{1\alpha}, \Psi_{1\beta}, \Psi_{2\alpha}$ und $\Psi_{2\beta}$ ist die Zeitabhängigkeit (t) unterdrückt. Auch in den folgenden Gleichungen wird auf die Anschrift (t) bzw (τ) weitgehend verzichtet. Bei $K_{\Psi}(t)$ wird (t) mitgeschrieben, um auf den besonderen Charakter dieser Straffunktion hinzuweisen.

Für $\dot{\lambda}_1(t) = \frac{d}{dt} \lambda_1(t)$ ergibt sich:

$$\begin{aligned} -\dot{\lambda}_1(t) = \frac{\partial H}{\partial \Psi_{1\alpha}} = & \left\{ 2K_{\Psi}(t) \cdot \Psi_{1\alpha} \right. \\ & + \lambda_1 \frac{R_1}{X_1} \left[-\frac{1}{\sigma} + \left(-\Psi_{1\alpha} + \frac{X_h}{X_2} \Psi_{2\alpha} \right) \frac{\partial}{\partial \Psi_{1\alpha}} \left(\frac{1}{\sigma} \right) \right] \\ & + \lambda_2 \left[-\omega_1 - \frac{R_1}{X_1} \left(\Psi_{1\beta} - \frac{X_h}{X_2} \Psi_{2\beta} \right) \frac{\partial}{\partial \Psi_{1\alpha}} \left(\frac{1}{\sigma} \right) \right] \\ & + \lambda_3 \frac{R_2}{X_2} \left[\frac{X_h}{X_1} \frac{1}{\sigma} + \left(\frac{X_h}{X_1} \Psi_{1\alpha} - \Psi_{2\alpha} \right) \frac{\partial}{\partial \Psi_{1\alpha}} \left(\frac{1}{\sigma} \right) \right] \\ & + \lambda_4 \frac{R_2}{X_2} \left(\frac{X_h}{X_1} \Psi_{1\beta} - \Psi_{2\beta} \right) \frac{\partial}{\partial \Psi_{1\alpha}} \left(\frac{1}{\sigma} \right) \\ & \left. + \lambda_5 \frac{1}{T_A} \frac{X_h}{X_1 X_2} \left[-\frac{1}{\sigma} \Psi_{2\beta} + \left(\Psi_{1\beta} \Psi_{2\alpha} - \Psi_{1\alpha} \Psi_{2\beta} \right) \frac{\partial}{\partial \Psi_{1\alpha}} \left(\frac{1}{\sigma} \right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (7.3)$$

Dabei folgt für $\frac{\partial}{\partial \Psi_{1\alpha}} \left(\frac{1}{\sigma} \right)$ nach kurzer Rechnung:

$$\frac{\partial}{\partial \Psi_{1\alpha}} \left(\frac{1}{\sigma} \right) = \frac{\partial}{\partial \{i_1^2\}} \left(\frac{1}{\sigma} \right) \cdot \frac{\partial}{\partial \Psi_{1\alpha}} \{i_1^2\} = \frac{2}{\sigma X_1} \frac{i_{1\alpha}}{1 - 2\sigma \frac{i_{1\alpha}^2}{i_1^2} \frac{\partial}{\partial \{i_1^2\}} \left(\frac{1}{\sigma} \right)} \cdot \frac{\partial}{\partial \{i_1^2\}} \left(\frac{1}{\sigma} \right) \quad (7.4)$$

wobei sich $\frac{\partial \left\{ \frac{1}{\sigma} (i_1^2) \right\}}{\partial \{i_1^2\}}$ (7.4a)

aus der nichtlinearen Funktion $\frac{1}{\sigma}(i_1^2)$ ermitteln läßt. Diese ebenfalls nichtlineare Funktion ist in Bild 7.1 aufgetragen.

Setzt man die Gleichung (7.4) in Gleichung (7.3) ein, so wird deutlich, daß im Zusammenhang mit der nichtlinearen Funktion (7.4a) aus Bild 7.1 die Verwirklichung bereits dieser einen Differentialgleichung so komplex ist, daß eine Realisierung der Systemgleichungen und des Adjungierten Systems auf dem Analogrechnerteil des Hybridrechners wegen der begrenzten Zahl der Multiplizierer und Datenkanäle zwischen Analog- und Digitalrechner nicht mehr möglich wäre. Unter Zugrundelegung der Maschinendaten und der gegebenen Grenzwerte zeigt jedoch eine im Anhang (S. 192) durchgeführte Abschätzung der relativen Größenordnung der einzelnen Terme, daß es zulässig ist, die Anteile der Gleichung, die mit dem Ausdruck $\frac{\partial}{\partial \Psi_{1\alpha}} \left(\frac{1}{\sigma} \right)$ verknüpft sind, zu vernachlässigen. Die Genauigkeit der Systemberechnung wird hierdurch nicht beeinträchtigt. Rechnet man mit einem konstanten Wert für $\frac{1}{\sigma}$, so entfallen diese Terme ohnehin.

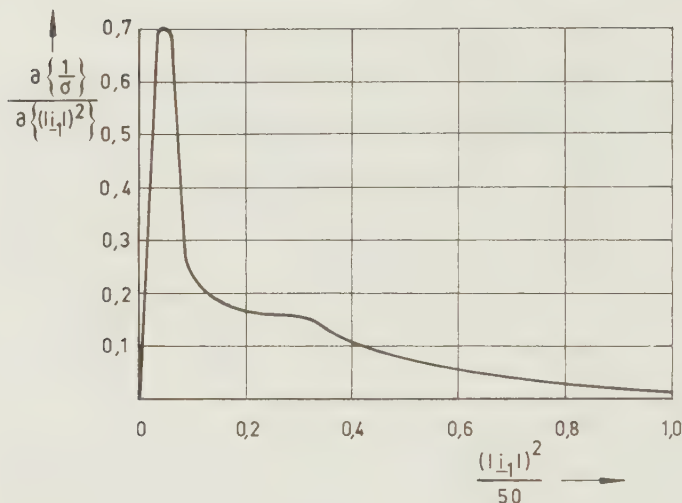


Bild 7.1 Die Funktion $\frac{\partial \{ \frac{1}{\sigma} (i_1^2) \}}{\partial \{ i_1^2 \}}$

Hierdurch ergibt sich eine erhebliche Reduzierung des formalen Aufwandes.

Es wird damit gesetzt:

$$\begin{aligned} -\dot{\lambda}_1(t) = & -\frac{R_1}{X_1} \cdot \frac{1}{\sigma} \cdot \lambda_1 - \omega_1 \lambda_2 + \frac{R_2}{X_2} \frac{X_h}{X_1} \cdot \frac{1}{\sigma} \cdot \lambda_3 \\ & - \frac{1}{T_A} \frac{X_h}{X_1 X_2} \cdot \frac{1}{\sigma} \cdot \Psi_{2\beta} \cdot \lambda_5 + K_\Psi 2\Psi_{1\alpha} \quad . \end{aligned} \quad (7.5)$$

Entsprechend lassen sich die Gleichungen für $\dot{\lambda}_2(t) \dots \dot{\lambda}_5(t)$ gewinnen, wobei auch dort die Terme mit $\frac{\partial}{\partial \Psi_{1\alpha}} \left(\frac{1}{\sigma} \right)$, $\frac{\partial}{\partial \Psi_{1\beta}} \left(\frac{1}{\sigma} \right)$, $\frac{\partial}{\partial \Psi_{2\alpha}} \left(\frac{1}{\sigma} \right)$ und $\frac{\partial}{\partial \Psi_{2\beta}} \left(\frac{1}{\sigma} \right)$ vernachlässigt werden müssen.

Ausgeschrieben ergibt sich für das gesamte Adjungierte System mit der rückwärts laufenden Zeit $\tau = t_1 - t$: (Die Abhängigkeit (τ) wird weitgehend unterdrückt.)

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{d\tau} \lambda_1(\tau) &= - \underbrace{\frac{R_1}{\sigma X_1} \lambda_1 - \omega_1 \lambda_2 + \frac{R_2}{\sigma X_2} \frac{X_h}{X_1} \lambda_3 - \frac{1}{T_A} \frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \Psi_{2\beta} \lambda_5}_{l_1} + 2K_\Psi(\tau) \Psi_{1\alpha} \\
 \frac{d}{d\tau} \lambda_2(\tau) &= \underbrace{\omega_1 \lambda_1 - \frac{R_1}{\sigma X_1} \lambda_2 + \frac{R_2}{\sigma X_2} \frac{X_h}{X_1} \lambda_4 + \frac{1}{T_A} \frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \Psi_{2\alpha} \lambda_5}_{l_2} + 2K_\Psi(\tau) \Psi_{1\beta} \\
 \frac{d}{d\tau} \lambda_3(\tau) &= \underbrace{\frac{R_1}{\sigma X_1} \frac{X_h}{X_2} \lambda_1 - \frac{R_2}{\sigma X_2} \lambda_3 + (n - \omega_1) \lambda_4 + \frac{1}{T_A} \frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \Psi_{1\beta} \lambda_5}_{l_3} \\
 \frac{d}{d\tau} \lambda_4(\tau) &= \underbrace{\frac{R_1}{\sigma X_1} \frac{X_h}{X_2} \lambda_2 - (n - \omega_1) \lambda_3 - \frac{R_2}{\sigma X_2} \lambda_4 - \frac{1}{T_A} \frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \Psi_{1\alpha} \lambda_5}_{l_4} \\
 \frac{d}{d\tau} \lambda_5(\tau) &= - \underbrace{\Psi_{2\beta} \lambda_3 + \Psi_{2\alpha} \lambda_4}_{l_5} + 2K_n(n - n_1)
 \end{aligned}$$

"innere Struktur"
"Ansteuerung"

(7.6)

Die Gleichung (7.6) zeigt die bereits in Abschnitt 6.3 mit Gleichung (5.14) angesprochene Aufteilung in die "innere Struktur" und die aus der Gütefunktion resultierende "Ansteuerung". Weiterhin wird deutlich, daß sich unter Beibehaltung der positiven Zeitzählung t instabile Teilstrukturen ergeben würden, z.B. in der Differentialgleichung für λ_1 :

$$- \frac{d}{dt} \lambda_1(t) = - \frac{R_1}{\sigma X_1} \lambda_1(t) - \dots \quad (7.6a)$$

Diese instabilen Teilstrukturen werden durch die Umkehrung der Zeitzählung mit $\frac{d}{d\tau} \lambda_v(\tau) = - \frac{d}{dt} \lambda_v(t)$, $v = 1, \dots, 5$ (7.7)

in stabile Teilstrukturen überführt.

Das Adjungierte System ist stark zeitvariant, da alle Flußkomponenten, die Drehzahl n und ω_1 Zeitfunktionen sind und so das Zeitverhalten des Adjungierten Systems mitbestimmen. Die nichtlineare Funktion $\frac{1}{\sigma}$ braucht im Adjungierten System nicht neu berechnet zu werden. Bei der Lösung der Systemgleichung ergibt sich eine Zeitfunktion $\frac{1}{\sigma}(t)$, die genau wie die anderen Zustandsvariablen dem Adjungierten System als Zeitfunktion $\frac{1}{\sigma}(\tau)$ vorgegeben wird.

Bestimmung der Gleichungen für die Randwerte $\underline{\lambda}(t_1)$

Aus Gleichung (7.1) ergeben sich mit der ausgeschriebenen Formulierung für das Drehmoment nach Gleichung (2.18.5) durch Bildung der partiellen Ableitung entsprechend Gleichung (5.16) nach kurzen Zwischenrechnungen die Bestimmungsgleichungen für die Randwerte $\underline{\lambda}(t_1)$: Gleichung (7.8).

$$\begin{aligned}
 \lambda_1(t_1) &= \frac{\partial \theta}{\partial \Psi_{1\alpha}}(t_1) = -K_{dM1} \Psi_{2\beta} \dot{d}_M + K_{dM1} \dot{d}_M \left[\left(\frac{R_1}{\sigma X_1} + \frac{R_2}{\sigma X_2} \right) \Psi_{2\beta} - n \Psi_{2\alpha} \right] \\
 &\quad + 2k_{\Psi 1} \Psi_{1\alpha} \\
 \lambda_2(t_1) &= \frac{\partial \theta}{\partial \Psi_{1\beta}}(t_1) = +K_{dM1} \Psi_{2\alpha} \dot{d}_M + K_{dM1} \dot{d}_M \left[-\left(\frac{R_1}{\sigma X_1} + \frac{R_2}{\sigma X_2} \right) \Psi_{2\alpha} - n \Psi_{2\beta} \right] \\
 &\quad + 2k_{\Psi 1} \{ \Psi_{1\beta} - \Psi_{1\beta 1} \} \\
 \lambda_3(t_1) &= \frac{\partial \theta}{\partial \Psi_{2\alpha}}(t_1) = +K_{dM1} \Psi_{1\beta} \dot{d}_M + K_{dM1} \dot{d}_M \left[-\left(\frac{R_1}{\sigma X_1} + \frac{R_2}{\sigma X_2} \right) \Psi_{1\beta} - n \Psi_{1\alpha} \right] \\
 &\quad + 2k_{\Psi 1} \Psi_{2\alpha} \\
 \lambda_4(t_1) &= \frac{\partial \theta}{\partial \Psi_{2\beta}}(t_1) = -K_{dM1} \Psi_{1\alpha} \dot{d}_M + K_{dM1} \dot{d}_M \left[\left(\frac{R_1}{\sigma X_1} + \frac{R_2}{\sigma X_2} \right) \Psi_{1\alpha} - n \Psi_{1\beta} - \hat{u}_1 \right] \\
 &\quad + 2k_{\Psi 1} \{ \Psi_{2\beta} - \Psi_{2\beta 1} \} \\
 \lambda_5(t_1) &= \frac{\partial \theta}{\partial n}(t_1) = 2k_{n1} (n - n_1) - K_{dM1} \dot{d}_M \{ \Psi_{1\alpha} \Psi_{2\alpha} + \Psi_{1\beta} \Psi_{2\beta} \}
 \end{aligned} \quad t_1$$

(7.8)

Für alle Variablen sind die bei $t = t_1$ berechneten Werte einzusetzen. Es wird in Gleichung (7.8) folgende Abkürzung benutzt:

$$K_{dM_1} = 2k_{dM_1} \frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \quad \text{und} \quad K_{\dot{d}M_1} = 2k_{\dot{d}M_1} \frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} . \quad (7.9)$$

$$(7.9a)$$

Der in den Gleichungen benötigte Wert für $\dot{d}_M(t_1)$ kann im Rechenprogramm vereinfacht berechnet werden:

$$\dot{d}_M(t_1) = \frac{1}{\Delta t} \{d_M(t_1) - d_M(t_1 - \Delta t)\} \quad \text{mit} \quad \Delta t > 0 . \quad (7.8a)$$

Für σ darf hier der konstante Wert bei Leerlauf eingesetzt werden.

Festlegung des Iterationsschrittes $\Delta u(t)$

Unter Anwendung der Gleichung (6.5) auf die Hamiltonfunktion (7.2) folgt für die Abänderung der Steuerfunktion vor jedem neuen Iterationsschritt:

$$\Delta \hat{u}_1(t) = -K \frac{\partial H}{\partial \hat{u}_1} = -K \lambda_1(t) \quad (7.10.1)$$

$$\begin{aligned} \Delta \omega_1(t) = -K \frac{\partial H}{\partial \omega_1} = & \lambda_1(t) \Psi_{1\beta}(t) - \lambda_2(t) \Psi_{1\alpha}(t) \\ & + \lambda_3(t) \Psi_{2\beta}(t) - \lambda_4(t) \Psi_{2\alpha}(t) \end{aligned} \quad (7.10.2)$$

mit $K > 0$.

Die Begrenzung der Steuervariablen wird wie in Abschnitt 6.3 beschrieben durchgeführt. Ergibt sich bei beliebigem Wert für t , $0 \leq t \leq t_1$

$$\hat{u}_1^{N+1}(t) = \hat{u}_1^N(t) + \Delta \hat{u}_1^N(t) > \hat{u}_{1\max}, \quad (6.11)$$

so wird

$$\hat{u}_1^{N+1}(t) = \hat{u}_{1\max} \quad (6.12)$$

gesetzt. Entsprechend wird für $\omega_1(t)$ verfahren. Unter Berücksichtigung des Vorzeichens von $\omega_1(t)$ wäre auch leicht eine Begrenzung für negative Werte durchführbar. Wie die Beispiele zeigen, ist eine derartige Begrenzung bei den vorliegenden Fällen jedoch nicht notwendig.

Festlegung der Endzeit t_1

Für die Berechnung optimaler Übergangsvorgänge gibt es die beiden Möglichkeiten: Rechnung mit fester bzw. freier Endzeit t_1 .

Bei Rechnung mit fester Endzeit t_1 muß bei den hier zu betrachtenden Übergangsvorgängen t_1 so festgelegt werden, daß der zu erwartende optimale Übergangsvorgang sicher in dieser Zeit ausgeführt werden kann, d.h. $t_1 > t_1^*$. Dabei ist es in der Regel nicht erforderlich, daß auch bereits der Startvorgang vollständig in dieser Zeit t_1 ausgeführt wird. Anders ausgedrückt, der Startvorgang braucht bei t_1 nicht die Randbedingungen $N(x(t_1), t_1) = 0$ zu erfüllen. Die Wahl einer geeigneten Zeit t_1 stellt damit kein Problem dar.

Bei Rechnung mit freier Endzeit t_1 muß zunächst eine ausreichend große Startzeit t_1^0 mit $t_1^0 > t_1^*$ festgelegt werden. Dann muß ausgehend von dieser Startzeit t_1^0 vor jedem Zyklusdurchlauf (z.B. beim $N+1$ -ten) die Zeit t_1^{N+1} jeweils neu festgesetzt werden. So wird die Zeit für den transienten Vorgang schrittweise verkleinert oder bleibt gleich groß:

$$t_1^{N+1} \leq t_1^N.$$

Zur Neufestsetzung der Endzeit t_1^{N+1} dient die Gleichung (6.9) als Ausgangspunkt. Da diese Gleichung auch in ausgeschriebener Form die gesuchte neue Endzeit nur in impliziter Form enthält, soll das Verfahren der Suche dieser neuen Endzeit im folgenden noch etwas näher diskutiert werden.

Diese Gleichung (6.9) werde zunächst noch mit der frei laufenden Zeit t anstatt der festen Zeit t_1 geschrieben. Dadurch bekommt die rechte Seite allgemein die Größe $C(t)$. Die ersten vier Systemgleichungen aus (2.13.1 - 4) seien durch $f_1 \dots f_4$ abgekürzt und die umfangreichen Ausdrücke für $\lambda_1(t_1)$, $\lambda_2(t_1)$, $\lambda_3(t_1)$ und $\lambda_4(t_1)$, die durch Gleichung (7.8) bestimmt werden, sind ebenfalls nicht ausgeschrieben. (Auch hier wird zunächst t_1 formal durch t ersetzt.) Nach Gleichung (6.9) ergibt sich dann mit der hier vorliegenden Gütefunktion (7.1) und dem daraus sofort ersichtlichen Zusammenhang

$$\frac{\partial \Theta(x(t_1), t_1)}{\partial t_1} = 0 \quad (7.11)$$

die Gleichung:

$$\begin{aligned}
 C(t) = & \lambda_1(t) \cdot f_1(t) + \lambda_2(t) \cdot f_2(t) + \lambda_3(t) \cdot f_3(t) + \lambda_4(t) \cdot f_4(t) \\
 & + 2k_{n1}(n(t) - n_1) \frac{1}{T_A} d_M(t) + k_t + k_n(n(t) - n_1)^2 \\
 & + K_\psi(t) \left[\psi_{1\alpha}^2(t) + \psi_{1\beta}^2(t) - \psi_{1\max}^2 \right] \quad (7.12)
 \end{aligned}$$

mit $t \leq t_1^N$.

Die neue Endzeit t_1^{N+1} für den N+1-ten Iterationsschritt ergibt sich durch Aufsuchen der ersten Nullstelle $C(t) = 0$, wobei t ausgehend von t_1^N verkleinert wird. Im Digitalrechner wird diese Suche der Nullstelle z.B. derart durchgeführt, daß ausgehend von $t = t_1^N$ die Zeit schrittweise um die Abtastzeit Δt verkleinert wird und mit den gespeicherten Funktionen für jeden Zeitwert t der Werte $C(t)$ berechnet wird, bis die erste Nullstelle von $C(t)$, erkennbar am Vorzeichenwechsel von $C(t)$, gefunden ist. Auf den benachbarten linken oder rechten Abtastzeitpunkt wird dann t_1^{N+1} festgesetzt.

Dieses Prinzip soll an einem etwas vereinfachten Beispiel verdeutlicht werden, um auch den Einfluß der Gewichtskonstanten k_t zu zeigen. Es werde ein zeitoptimaler Beschleunigungsvorgang zur Überführung der Drehzahl von $n_0 = 0$ auf $n_1 = 1$ gesucht. Der Term $k_n(n(t) - n_1)^2$ wird in der Gütefunktion nicht benötigt, was in Gleichung (7.12) mit $k_n = 0$ berücksichtigt werden kann. Weiterhin sei angenommen, daß gegen Ende des Beschleunigungsvorgangs gilt: $\psi_1^2 < \psi_{1\max}^2$, woraus $K_\psi(t) = 0$ folgt. Zur Vereinfachung der Betrachtung seien weiterhin $K_{dM_1} = k_{\psi_1} = K_{dM_1}^* = 0$ gesetzt, sodaß mit Gleichung (7.8) $\lambda_{1-4}(t) = 0$ gilt. (t_1 ist formal durch t ersetzt). Aus Gleichung (7.12) verbleibt dann die Restfunktion

$$C(t) = 2k_{n1}(n(t) - n_1) \frac{1}{T_A} d_M(t) + k_t \quad (7.12a)$$

Führt man nun die Funktion

$$C_{n1}(t) = 2k_{n1}(n(t) - n_1) \frac{1}{T_A} d_M(t) \quad (7.13)$$

ein, so läßt sich das Auffinden der neuen Endzeit t_1^{N+1} recht anschaulich darstellen. Hierzu werden in Bild 7.2 ausgehend von angenommenen prinzipiellen Verläufen der Variablen $n(t)$ und $d_M(t)$ im Zeitbereich am

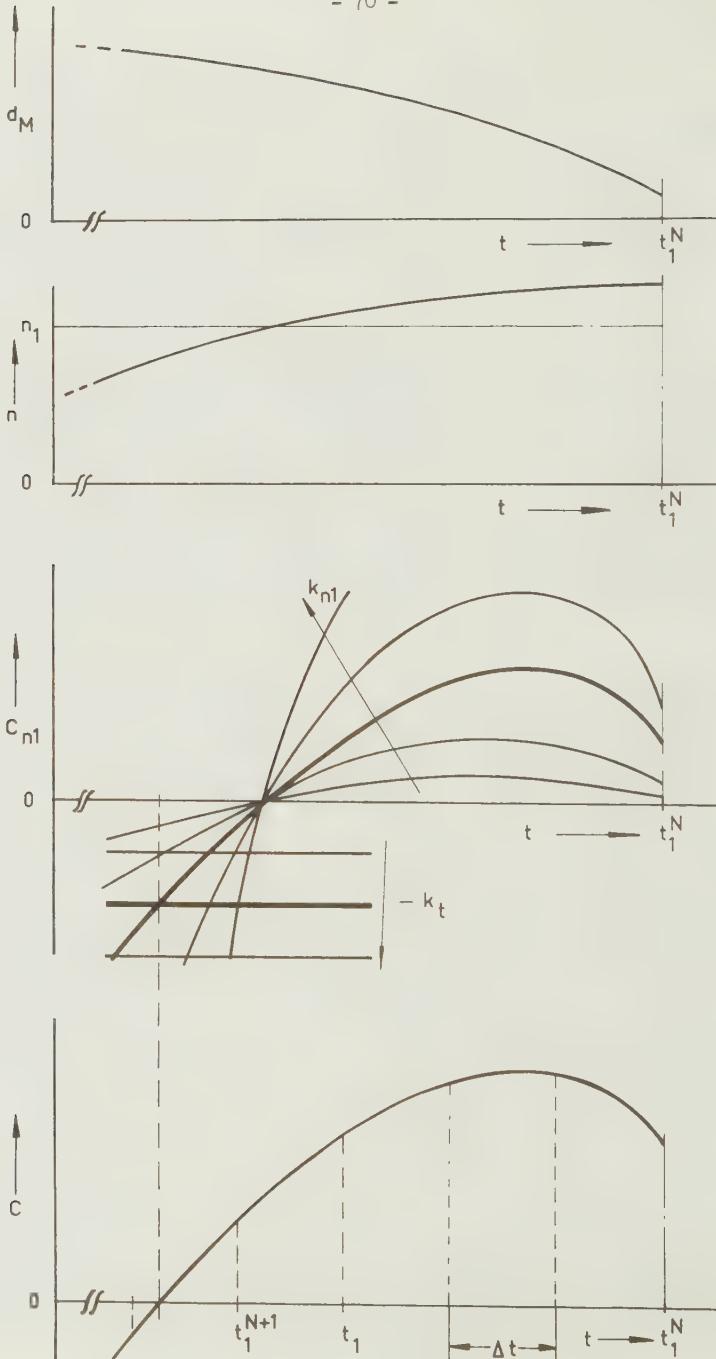


Bild 7.2 Ermittlung der Endzeit t_1^{N+1} für den $N+1$ -ten Rechenzyklus

Rand bei $t \leq t_1^N$ verschiedene Funktionen $C_{n_1}(t)$ aufgetragen. Dabei ist der Einfluß des freien Parameters k_{n_1} auf die Funktion $C_{n_1}(t)$ verdeutlicht. Mit dem weiteren freien Parameter k_t ergibt sich dann für die stark herausgezeichnete Konstellation die im Bild 7.2 unten dargestellte Funktion $C(t)$. Im Digitalrechner werden die Funktionswerte $C(t)$ mit $t_1 = t_1^N - v \cdot \Delta t$, $v = 1, 2, 3, \dots$ berechnet und dann nach Überschreiten der ersten Nullstelle die neue Endzeit für den $N+1$ -ten Iterationsschritt z.B. auf den rechts von der Nullstelle liegenden Abtastwert t_1^{N+1} festgesetzt. Der Einfluß einer Parameteränderung von k_{n_1} und k_t zeigt sich deutlich durch Verlagerung der Schnittpunkte zwischen den Kurven $C_{n_1}(t)$ und $(-k_t)$. Eine Vergrößerung von k_t führt zu einer Verschiebung der Nullstelle von $C(t)$ und damit von t_1^{N+1} zu kleineren Zeiten hin. Dadurch kommt anschaulich die größere Gewichtung in der Gütefunktion zum Ausdruck, die der Minimierung der Zeit durch das größere k_t beigemessen wird.

Die Festlegung der Gewichtskonstanten beeinflusst entscheidend das Konvergenzverhalten. Auf die hiermit verknüpfte Problematik wird in Kapitel 9.2.2 eingegangen.

7.3 Die Strukturbilder für das System des Asynchronmotors und das Adjungierte System

Aus den Gleichungen (2.18.1 - 5) und (7.6) lassen sich sofort die Strukturbilder ableiten. Diese Strukturbilder sind in Bild 7.3 und Bild 7.4 dargestellt. Für die Asynchronmaschine ergibt sich das bekannte Strukturbild bei genäherter Berücksichtigung der Streuwegsättigung. Deutlich ist die enge Verwandtschaft bzw. Ähnlichkeit der Strukturen des Asynchronmotors und des Adjungierten Systems erkennbar.

Die Flußkomponenten $\Psi_{1\alpha}(\tau)$, $\Psi_{2\alpha}(\tau)$, $\Psi_{1\beta}(\tau)$ und $\Psi_{2\beta}(\tau)$ sowie $\omega_1(\tau)$, $\omega_2(\tau)$ und bei näherungsweise Berücksichtigung der Sättigung auch $\frac{1}{\sigma}(\tau)$ bestimmen den zeitvarianten Charakter des Adjungierten Systems. Neben der aus der Gütefunktion resultierenden Ansteuerung der inneren Struktur müssen diese Größen ebenfalls parallel zur Berechnung der Variablen $\lambda(\tau)$ zeitsynchron vorgegeben werden. Bei Verwendung eines Hybridrechners ergeben sich aus diesen Strukturbildern sofort die Rechenschaltungen für den Analogrechner.

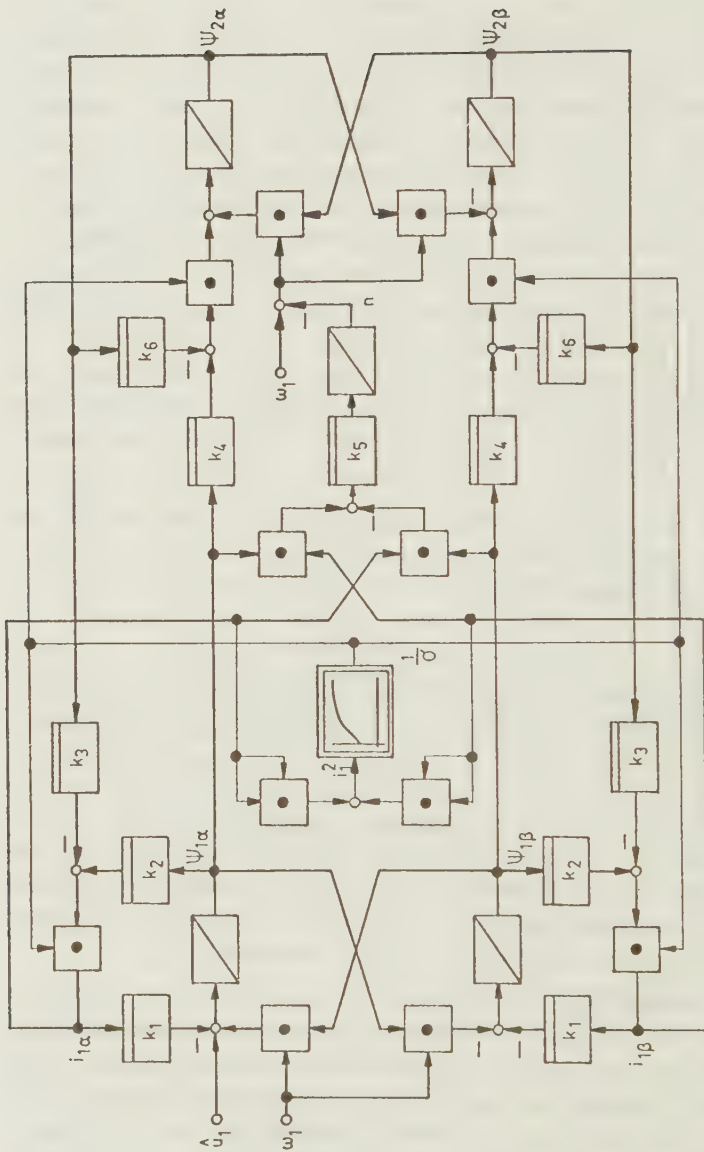


Bild 7.3 Strukturbild der Asynchronmaschine bei näherungsweiser Berücksichtigung der Streuwegsättigung

$$K_1 = R_1, K_2 = \frac{1}{X_1}, K_3 = \frac{X_h}{X_1 X_2}, K_4 = \frac{R_2 X_h}{X_1 X_2}, K_5 = \frac{1}{T_A}, K_6 = \frac{R_2}{X_2}$$

7.4 Berechnung zeitoptimaler Beschleunigungsvorgänge

7.4.1 Rechnung mit fester Endzeit t_1

Die Lösung des kanonischen Gleichungssystems bei Rechnung mit fester Endzeit t_1 bietet die Möglichkeit, mit einer relativ einfachen Gütefunktion zu arbeiten. Daraus resultieren verschiedene Vereinfachungen im Ablauf des Rechenzyklus. Ausgehend von der allgemeinen Form der Gleichung (7.1) wird durch Nullsetzen der Konstanten bei nicht benötigten Termen die einfache Gütefunktion

$$J = \int_0^{t_1} \{k_n(n(t) - n_1)^2 + K_\Psi(t) [\Psi_{1\alpha}^2 + \Psi_{1\beta}^2 - \Psi_{1\max}^2]\} dt \quad (7.14)$$

mit $k_n > 0$, $K_\Psi(t) = \begin{cases} k_\Psi > 0 & \text{für } \Psi_{1\alpha}^2 + \Psi_{1\beta}^2 > \Psi_{1\max}^2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

formuliert.

Da in der Gütefunktion der Term $\Theta(\underline{x}(t_1), t_1)$ fehlt, ergibt sich sofort für die Randbedingungen des Adjungierten Systems:

$$\underline{\lambda}(t_1) = \underline{0} \quad . \quad (7.15)$$

Es soll nun folgender grundlegende Vorgang untersucht werden:

Beispiel 1

Gesucht ist der zeitoptimale Einschaltvorgang der stillstehenden Maschine mit den

Anfangsbedingungen $n(0) = 0$, $\underline{\Psi}_1(0) = \underline{0}$, $\underline{\Psi}_2(0) = \underline{0}$

auf die

Enddrehzahl $n_1 = 1$.

Nach Erreichen dieser Drehzahl soll die Maschine stationär im Leerlauf weiterlaufen. Es werden die folgenden

Grenzwerte $\hat{u}_{1\max} = \omega_{1\max} = 1,6$ und $\Psi_{1\max} = 1,4$

angenommen.

Der Iterationsprozeß wird mit der

$$\text{Startfunktion } \hat{u}_1^0(t) \equiv \omega_1^0(t) \equiv 1 \quad (7.16)$$

eingeleitet. ¹⁾

Mit dieser Startfunktion ergibt sich der normale Einschaltvorgang der Maschine. Dieser ist in Bild 7.5 mit $n^0(t)$ gekennzeichnet.

Diskussion der Ergebnisse

Der Iterationsprozeß kommt bei dem mit (*) gekennzeichneten Vorgang zum Stillstand. Es ist deutlich der erheblich bessere Verlauf der Drehzahl $n^{(*)}(t)$ gegenüber dem Startvorgang $n^0(t)$ zu erkennen. Dieser Vorgang kann aber noch nicht als zeitoptimal bezeichnet werden. Das Drehmoment $d_M^{(*)}(t)$ zeigt nämlich gegen Ende des Beschleunigungsvorganges noch einen erheblichen Abfall: Bild 7.5 unten.

Eine weitere Verbesserung des Beschleunigungsvorganges ist aber durch diese einfache Gütefunktion nicht möglich. Durch den Ansatz $(n(t) - n_1)^2$ wird primär erreicht, daß große Drehzahldifferenzen zu Beginn des Beschleunigungsvorganges schnell abgebaut werden. Hier wird ein großes Drehmoment angestrebt. Die Erhöhung des Drehmomentes wird dann durch die Flußbegrenzung beendet, und der Iterationsprozeß kommt zum Stillstand. Kleine Drehzahldifferenzen $(n(t) - n_1)$ gegen Ende des Beschleunigungsvorganges werden dagegen durch die Gütefunktion schwach bewertet und daher kaum abgebaut. Eine Verbesserung des Beschleunigungsvorganges kann nur durch Modifikation der Gütefunktion sinnvoll erreicht werden. Es zeigt sich damit bereits deutlich, daß der Formulierung der Gütefunktion große Beachtung geschenkt werden muß. Nur durch Vergrößerung

¹⁾ Anmerkung Aus Gleichung (7.15) folgt mit den Gleichungen (7.10.1) und (7.10.2)

$$\Delta \hat{u}_1(t_1) = \Delta \omega_1(t_1) = 0. \quad (7.17)$$

Bei der Festlegung der Startfunktion muß deshalb beachtet werden, daß zur Einhaltung der Leerlaufbedingung bei t_1 bereits

$$\hat{u}_1^0(t_1) = \omega_1^0(t_1) = n_1 = 1 \quad (7.18)$$

gesetzt wird. Bei Gleichung (7.16) ist diese Bedingung erfüllt.

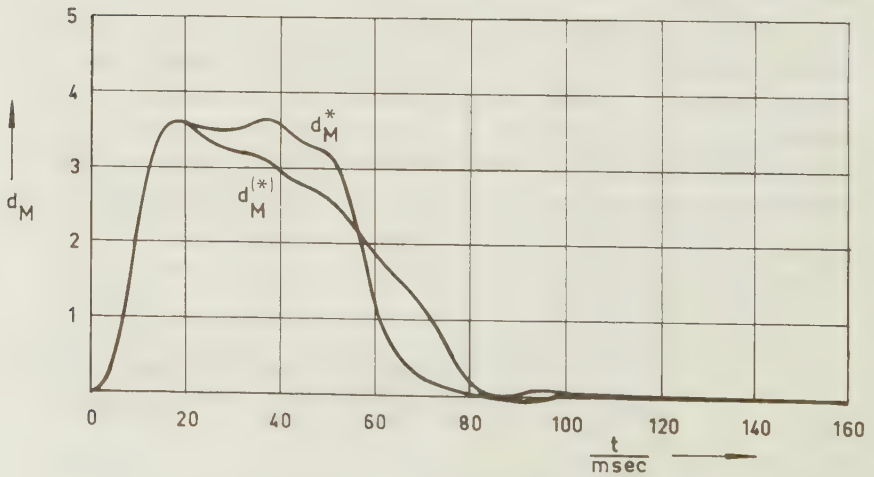
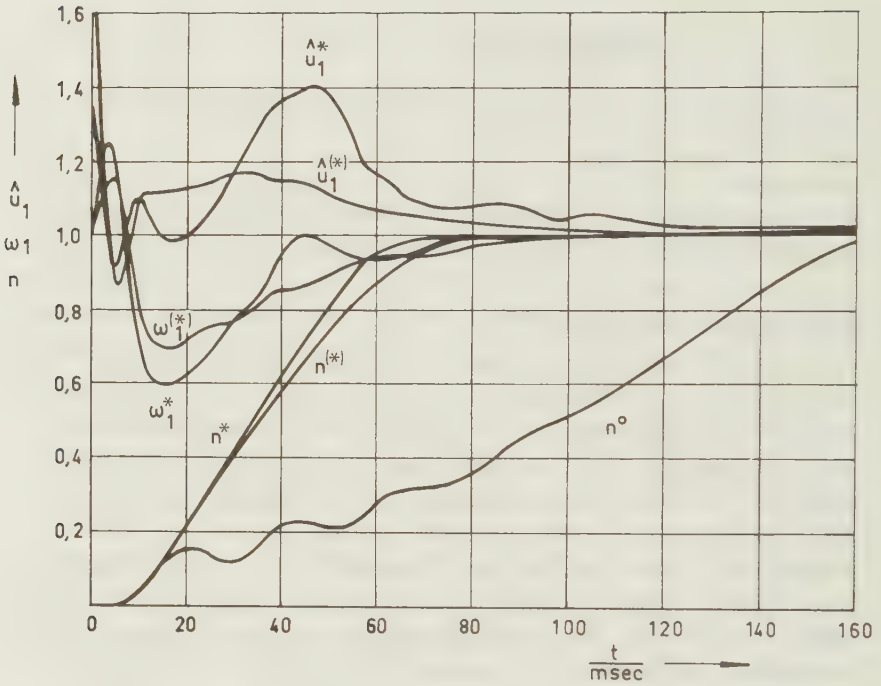


Bild 7.5 Die Optimierung des Einschaltvorganges. Mit (*) sind die sub-optimalen und mit * die optimalen Verläufe gekennzeichnet

des Gewichtungsfaktors k_n ist eine Verbesserung nicht zu erreichen, da dann im Zusammenhang mit der Flußbegrenzung erhebliche Konvergenzprobleme die Folge wären (siehe Kapitel 9.).

Modifikation der Gütefunktion

Um eine Anhebung des Drehmomentes gegen Ende des Beschleunigungsvorganges zu erreichen, ist es zweckmäßig, eine unmittelbare Bewertung des Drehmomentes durch Einfügung eines entsprechenden Anteils in der Gütefunktion vorzunehmen. Ausgehend von einer noch näher zu betrachtenden Sollkurve für das Drehmoment $d_{MS}(t)$ wird die Gütefunktion (7.14) um den unterstrichenen Term erweitert:

$$J = \int_0^{t_1} \{ \underline{k_{dMS} (d_M(t) - d_{MS}(t))^2} + k_n (n(t) - n_1)^2 + K_\Psi(t) [\Psi_{1\alpha}^2 + \Psi_{1\beta}^2 - \Psi_{1max}^2] \} dt \quad (7.19)$$

mit $k_{dMS} \geq 0, k_n > 0, K_\Psi(t) = \begin{cases} k_\Psi > 0 & \text{für } \Psi_{1\alpha}^2 + \Psi_{1\beta}^2 > \Psi_{1max}^2 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$

Die für den N+1-ten Rechenschritt zur Berechnung des Adjungierten Systems benötigte Sollkurve $d_{MS}(t)$ für das Drehmoment wird aus dem Drehmomentverlauf $d_M^N(t)$ des N-ten Rechenvorganges abgeleitet. Die Funktion $d_{MS}(t)$ muß im Digitalrechner nach jedem Zyklusdurchlauf neu festgelegt werden. Dies geschieht nach der in Bild 7.6 aufgezeigten Vorgehensweise.

Es wird das Maximum

$$d_{MS \max}^{N+1} = \text{Max} \{ d_{MS}^{N+1}(t) \} = \text{Max} \{ d_M^N(t) \} \quad (7.20)$$

gesetzt.

Dazu wird aus dem Verlauf von $n(t)$ die Zeit $t_1^{(*)}$ durch Aufsuchen des Schnittpunktes $n(t_1^{(*)}) = n_1 - \epsilon$ mit $\epsilon > 0$ bestimmt. ϵ ist eine kleine positive Zahl, z.B. $\epsilon = 0,05$ und dient zur Vermeidung von Instabilitäten und zur Erzielung eines eindeutigen Ergebnisses. Mit diesen beiden Bestimmungsgrößen $d_{MS \max}$ und $t_1^{(*)}$ läßt sich dann die Funktion $d_{MS}^{N+1}(t)$ definieren, wobei der Drehmomentabfall zweckmäßig stetig z.B. durch eine cos-Funktion geführt wird.

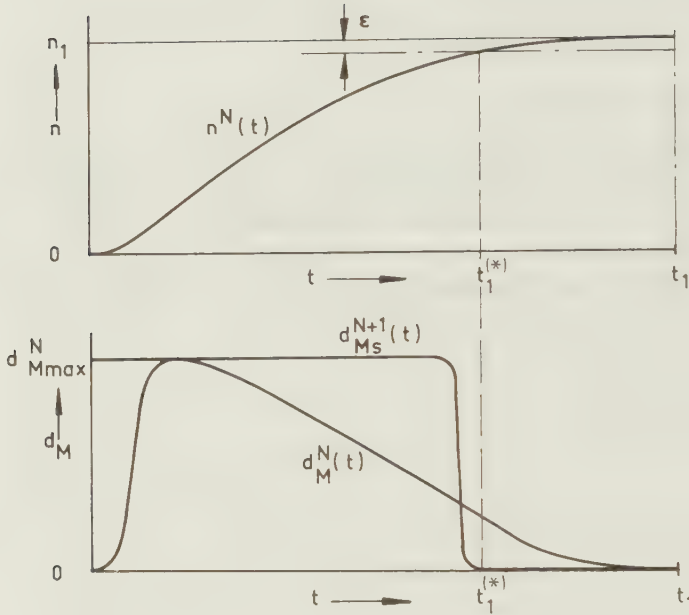


Bild 7.6 Definition der Sollfunktion für das Drehmoment $d_{Ms}(t)$ für den $N+1$ -ten Rechenzyklus in Abhängigkeit der Ergebnisse aus dem N -ten Rechenzyklus

Mit der Erweiterung der Gütefunktion ergibt sich eine Erweiterung der Hamiltonfunktion (7.2) und damit der Ansteuerung der inneren Struktur des Adjungierten Systems $\underline{\lambda}(t)$. Die innere Struktur selbst und die Festlegung des Iterationsschrittes Gleichung (7.10.1) und Gleichung (7.10.2) bleiben unverändert. Die Ergänzung der Ansteuerung des Adjungierten Systems ist einfach und sei kurz angegeben. Nach Ausführung der partiellen Differentiation $\frac{\partial H}{\partial \Psi_{1\alpha}}$, etc. ergibt sich wieder unter Vernachlässigung der Terme $\frac{\partial}{\partial \Psi_{1\alpha}} \left(\frac{1}{\sigma} \right)$, etc. die Erweiterung des Adjungierten Systems. Die Terme der inneren Struktur sind, wie in Gleichung (7.6) angegeben, mit $l_1, \dots, l_5$ abgekürzt und es gilt:

$$K_{dMs} = 2k_{dMs} \cdot \frac{X_h}{X_1 X_2} \quad (7.21)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{d\tau} \lambda_1 &= 1_1 - K_{dMs} (d_M(\tau) - d_{Ms}(\tau)) \left(\frac{1}{\sigma}\right) \Psi_{2\beta}(\tau) + 2K_\Psi(\tau) \Psi_{1\alpha}(\tau) \\
 \frac{d}{d\tau} \lambda_2 &= 1_2 + K_{dMs} (d_M(\tau) - d_{Ms}(\tau)) \left(\frac{1}{\sigma}\right) \Psi_{2\alpha}(\tau) + 2K_\Psi(\tau) \Psi_{1\beta}(\tau) \\
 \frac{d}{d\tau} \lambda_3 &= 1_3 + K_{dMs} (d_M(\tau) - d_{Ms}(\tau)) \left(\frac{1}{\sigma}\right) \Psi_{1\beta}(\tau) \\
 \frac{d}{d\tau} \lambda_4 &= 1_4 - K_{dMs} (d_M(\tau) - d_{Ms}(\tau)) \left(\frac{1}{\sigma}\right) \Psi_{1\alpha}(\tau) \\
 \frac{d}{d\tau} \lambda_5 &= 1_5 + 2k_n (n - n_1)
 \end{aligned}$$

"innere
Struktur"

"Ansteuerung"

(7.22)

Mit dieser erweiterten Gütefunktion lassen sich nun zufriedenstellende zeitoptimale Beschleunigungsvorgänge berechnen. Dies wird durch die nochmalige Berechnung von Beispiel 1 deutlich. Die Ergebnisse sind zusammen mit den früheren Resultaten in Bild 7.5 eingezeichnet und mit dem Stern * gekennzeichnet. Die erzielten Verbesserungen werden hierbei sofort erkennbar.

Bei der Auswertung der Ergebnisse der Iterationsrechnung ist eines ganz offensichtlich: Das Einlaufen des Motors in den stationären Leerlauf bei der Drehzahl $n = n_1$ erfolgt auf Grund des Anteiles der Gütefunktion $(n(t) - n_1)^2$ quasi automatisch. Die Erfüllung der Randwerte stellt damit überhaupt kein Problem dar. Die Führung des Rechenvorganges durch Vorgabe der Parameter k_n , K_{dMs} und k_Ψ ist einfach:

Während der ersten Iterationsschritte wird zunächst $K_{dMs} = 0$ eingestellt. Erst wenn die Pendelungen in den Flüssen und im Drehmoment abgebaut sind, wird mit $K_{dMs} > 0$ die Konvergenz beschleunigt, bis der Iterationsvorgang auf Grund der vorliegenden Flußbegrenzungen keine Verbesserungen mehr ergibt und der optimale Drehzahlverlauf $n^*(t)$ erreicht ist. Die Ergebnisse dieses Einführungsbeispiels zeigen noch eine gewisse Abhängigkeit von der Startfunktion. Die Restabhängigkeit zeigt sich insbesondere bei $\omega_1(0)$. Auf eine weitere Unzulänglichkeit dieses Beispiels wird in Kapitel 9 noch eingegangen.

Wie die Ergebnisse in Bild 7.5 zeigen, bleibt $\omega_1(0)$ während des ganzen

Iterationsprozesses unverändert. Dies ist durch die Anfangsbedingungen $\underline{\Psi}_1(0) = \underline{\Psi}_2(0) = \underline{0}$ begründet. Mit Gleichung (7.10.2) folgt dann nämlich: $\Delta\omega_1(0) = 0$. Diese Fixierung von $\omega_1(0)$ entfällt, wenn $\underline{\Psi}_1(0) \neq \underline{0}$ und $\underline{\Psi}_2(0) \neq \underline{0}$ sind, wie im folgenden Abschnitt betrachtet wird.

7.4.2 Berechnung optimaler Steuerfunktionen für feste Anfangswerte und Führung des Ständerspannungsraumzeigers ohne bzw. mit Phasensprung

Vorbemerkung

In dem bisher betrachteten Beispiel wurden alle Anfangsbedingungen in der Maschine zu Null angenommen. Wie diese Rechnung zeigt, wird bei Beginn eines Beschleunigungsvorganges auch bei Vorliegen der optimalen Steuerung eine relativ große Zeit für den Aufbau des Feldes in der Maschine benötigt. Sorgt man bei stillstehender Maschine durch eine geeignete Gleichstrom einspeisung dafür, daß zu Beginn des Beschleunigungsvorganges bereits ein Feld in der Maschine aufgebaut ist, so könnte die Zeit für einen Beschleunigungsvorgang noch verkürzt werden. In den Berechnungen der optimalen Steuerfunktionen kann das Anfangsfeld leicht durch entsprechende Anfangsbedingungen für die Flußraumzeiger $\underline{\Psi}_1(0)$ und $\underline{\Psi}_2(0)$ berücksichtigt werden. Wie die Anfangslagen der Flußraumzeiger gewählt werden müssen, hängt allerdings wesentlich davon ab, welcher Freiheitsgrad für die Führung des Ständerspannungsraumzeigers bezüglich seiner Phasenlage bei $t = 0$ besteht und durch welchen formalen Ansatz der Ständerspannungsraumzeiger beschrieben wird.

Ist die Beschreibung des Ständerspannungsraumzeigers durch Gleichung (2.5) $\underline{u}_1(t) = \hat{u}_1(t) e^{j\lambda(t)}$ gegeben, so können bzgl. der Phasenverhältnisse bei $t = 0$ zwei Fälle unterschieden werden:

1. $\lambda(t)$ verlaufe bei $t = 0$ ausgehend vom gedachten Verlauf bei $t < 0$ stetig, d.h. die Phasenlage von $\underline{u}_1$ kann bei $t = 0$ nicht springen.
2. $\lambda(t)$ verlaufe bei $t = 0$ unstetig, d.h. die Phasenlage von $\underline{u}_1$ kann bei $t = 0$ springen.

Im 1. Fall ($\lambda(t)$ stetig) müssen die Anfangswerte für $\underline{\Psi}_1(0)$ und $\underline{\Psi}_2(0)$ so gesetzt werden, wie sie aus dem Betriebszustand für $t < 0$ resultieren.

Dies ist leicht zu verifizieren:

Wurde die Maschine z.B. bei Stillstand ($n = 0$) mit einer Gleichspannung $\underline{u}_1(t) = u_{10}$, $t < 0$ auf die Größe des Nennflusses erregt, so ergibt sich für die Anfangsbedingungen der Flußraumzeiger:

$$\underline{\Psi}_1(0) = 1, \underline{\Psi}_2(0) = \frac{x_h}{x_1} \underline{\Psi}_1(0) = 0,96. \quad (7.23)$$

Auch bei anderen Betriebsfällen für $t < 0$ lassen sich die notwendigen Anfangslagen aus stationären Berechnungen leicht gewinnen.

Der zweite Fall muß nun etwas eingehender betrachtet werden. Legt man die Anfangsbedingungen für die Flußraumzeiger $\underline{\Psi}_1(0)$ und $\underline{\Psi}_2(0)$ anders als in Gleichung (7.23) angegeben fest, so bedingt das automatisch bei Beschreibung des Ständerspannungsraumzeigers nach Gleichung (2.5) einen Phasensprung für $\lambda(t)$ bei $t = 0$. Dies sei an einem Beispiel verdeutlicht.

Die Maschine werde bei $t < 0$ und $n = 0$ mit Gleichstrom erregt. Dabei seien $I_{a1} = \frac{I_0}{2}$, $I_{b1} = -I_0$ und $I_{c1} = \frac{I_0}{2}$, woraus sich die in Bild 7.7 gezeichnete Lage des Ständerflußraumzeigers $\underline{\Psi}_1(t)$ für $t < 0$ ergibt.

Setzt man nun im α - β -Koordinatensystem z.B.

$$\underline{\Psi}_1(0) = j \Psi_{1\beta} = -j1 \text{ und } \underline{\Psi}_2(0) = \frac{x_h}{x_1} \underline{\Psi}_1(0) = -j 0,96, \quad (7.24)$$

so ist damit ein Phasensprung für $\lambda(t)$ bei $t = 0$ von $+\frac{\pi}{2}$ festgelegt, wie die Darstellung der Raumzeiger in Bild 7.7 zeigt.

Durch das Optimierungsverfahren kann bei Festlegung des Ständerspannungsraumzeigers auf die α -Achse des Koordinatensystems dieser fest vorgegebene Phasensprung nicht beeinflusst werden, da das Verfahren keinen Einfluß auf die Anfangsbedingungen nimmt. Dagegen wird der weitere Verlauf der optimalen Steuerfunktionen für $\hat{u}_1(t)$ und $\omega_1(t)$ sehr wohl durch diesen vorgegebenen Phasensprung beeinflusst.

In den nachfolgenden Beispielen soll gezeigt werden, wie der Zeitverlauf der optimalen Steuerung von der Anfangslage des Feldes und damit von der Größe des vorgegebenen Phasensprunges für $\underline{u}_1 = \hat{u}_1 e^{j\lambda(t)}$ bei $t = 0$ abhängt.

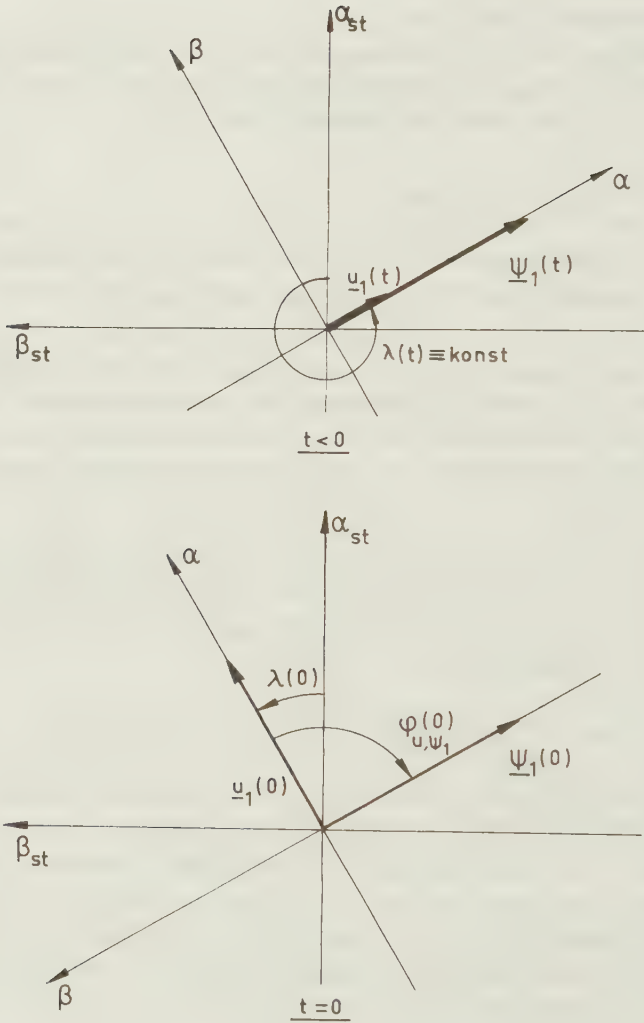


Bild 7.7 Phasensprung in der Führung des Spannungsraumzeigers bei $t = 0$ um $\Delta\lambda = +\frac{\pi}{2}$ bei Wahl spezieller Anfangsbedingungen für die Flußraumzeiger

Beispiel 2

Es wird wieder der zeitoptimale Hochlaufvorgang auf die Enddrehzahl $n_1 = 1$ betrachtet, wobei folgende

Anfangsbedingungen $n(0) = 0$, $\underline{\psi}_1(0) = 1$, $\underline{\psi}_2(0) = \frac{x_h}{x_1} \underline{\psi}_1(0) = 0,96$

gelten, d.h. es liegt kein Phasensprung für $\lambda(t)$ bei $t = 0$ vor.

Begrenzungen: $\underline{\psi}_{1\max} = 1,4$; $\hat{u}_{1\max} = \omega_{1\max} = 1,6$.

Beispiel 3

Gegenüber Beispiel 2 wird hier von einer geänderten Anfangslage der Flußraumzeiger ausgegangen. Es gelten die

Anfangsbedingungen $n(0) = 0$, $\underline{\psi}_1(0) = -j1$, $\underline{\psi}_2(0) = \frac{x_h}{x_1} \underline{\psi}_1(0) = -j 0,96$.

Es erfolge also ein Phasensprung für $\lambda(t)$ bei $t = 0$ um $+\frac{\pi}{2}$, wie bereits in Bild 7.7 gezeigt. Begrenzungen wie in Beispiel 2.

Für die Berechnung liegt entsprechend Beispiel 1 die Gütefunktion Gleichung (7.19) zugrunde.

Diskussion

Die Ergebnisse dieser beiden Beispiele sind in den Bildern 7.8 und 7.9 dargestellt und ermöglichen einen guten Einblick in die Auswirkungen, die verschiedene Anfangslagen auf die optimale Steuerfunktion haben. In einem Vergleich zu den Vorgängen ohne Flußanfangsbedingungen (Bild 7.5) wird deutlich, daß durch den schneller möglichen Drehmomentaufbau zu Beginn eine erhebliche Verkürzung der Hochlaufzeit resultiert. Dabei zeigt sich, daß bei Vorgabe von Anfangsbedingungen mit den Steuerfunktionen in ganz spezifischer Weise reagiert werden muß, um jeweils einen optimalen Beschleunigungsvorgang zu erzielen. Interessant ist hierbei die ausgeprägte Spitze im Verlauf von $\omega_1^*(t)$ zu Beginn des Beschleunigungsvorganges beim Beispiel 2, wo der Spannungsraumzeiger ohne Phasensprung bei $t = 0$ genau in Richtung der Flußraumzeiger liegt. Durch diese Spitze in $\omega_1^*(t)$ wird ein schnelles Vordrehen des Spannungsraumzeigers bewirkt. $\omega_1^*(t)$ zeigt erstmals ein Anstoßen an die vorgegebene Begrenzung $\omega_{1\max}$. Ohne diese Begrenzung würde die Spitze für $\omega_1^*(t)$ für $t \rightarrow 0$ immer größer und schmaler. Es wird gewissermaßen mit stetigem Verlauf von $\lambda(t)$ ein Phasensprung "nachgeholt", wie eine kurze Rechnung zeigt:

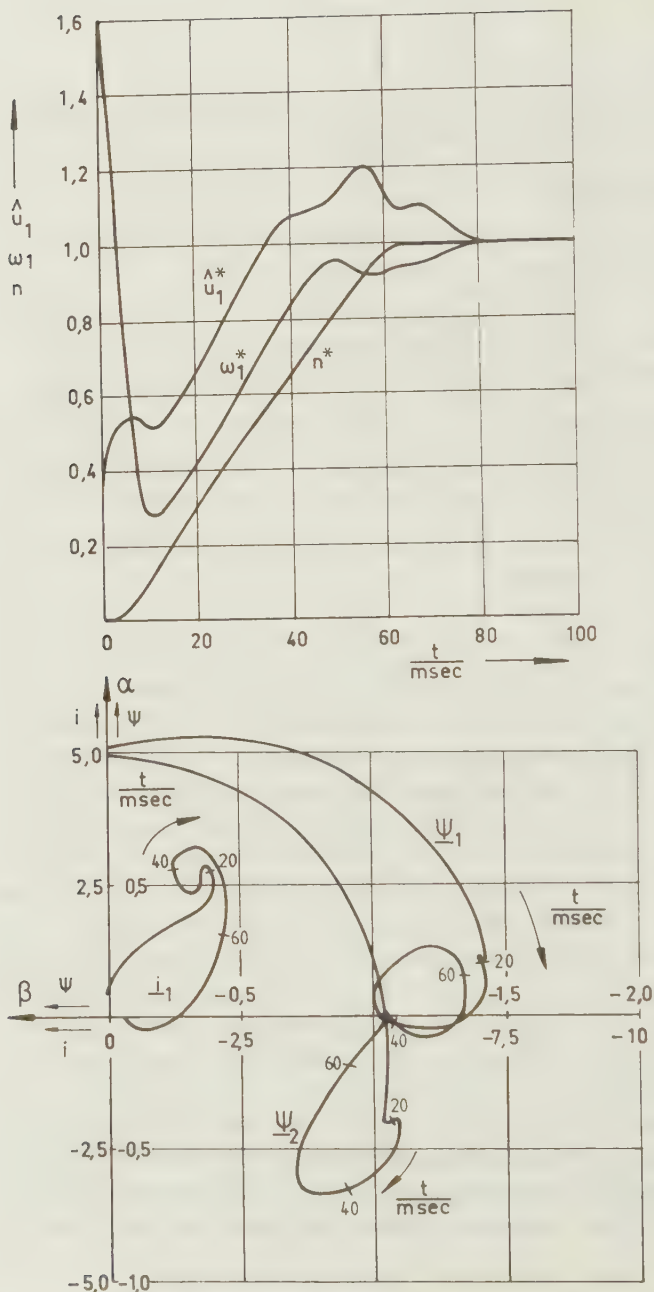


Bild 7.8 Zeitoptimaler Hochlaufvorgang bei erregter Maschine und Führung des Ständerspannungsraumzeigers ohne Phasensprung (Beispiel 2)

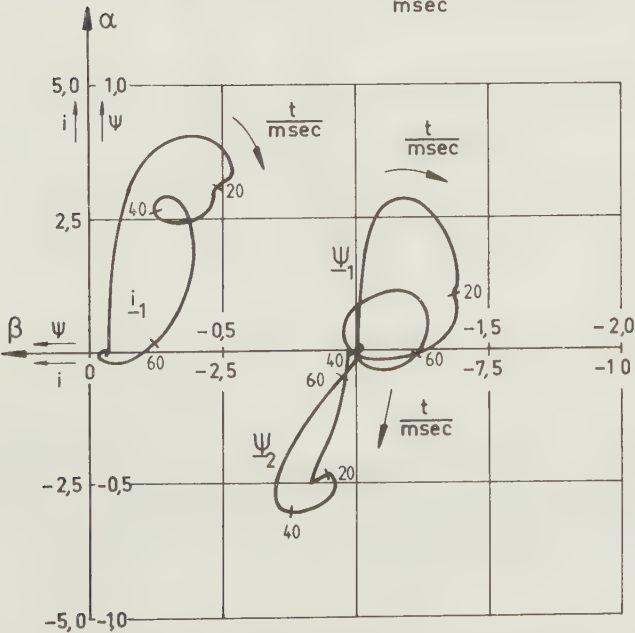
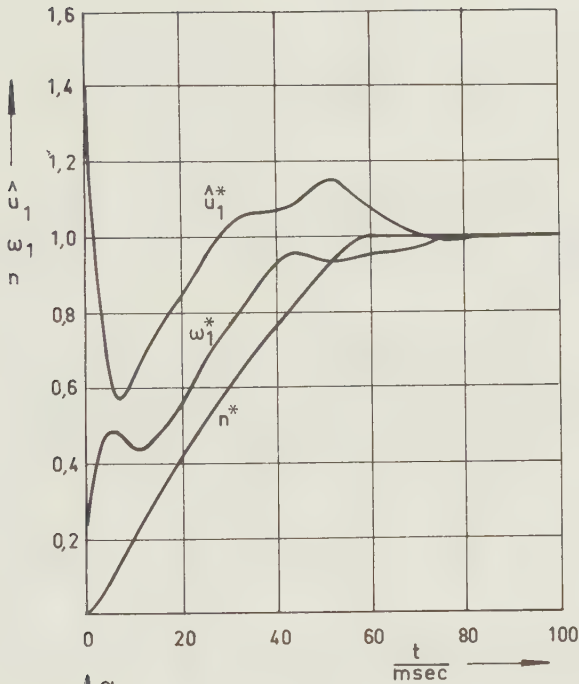


Bild 7.9 Zeitoptimaler Hochlaufvorgang bei erregter Maschine und Führung des Ständerspannungsraumzeigers mit einem Phasensprung $\Delta\lambda = +\frac{\pi}{2}$ (Beispiel 3)

Mit dem Zeitverlauf von $\omega_1(t)$ aus Bild 7.8 wird der Ständerspannungsraumzeiger während der ersten 5 msec um $\Delta\lambda(5 \text{ msec}) = \int_0^{5 \text{ msec}} \omega_1(t) dt \approx + \frac{\pi}{2}$ verdreht.

Bei dem Beispiel 3 schließen die Raumzeiger von Ständerfluß und Spannung durch den vorgegebenen Phasensprung bei Beginn des Vorganges bereits einen Winkel von $\frac{\pi}{2}$ ein, sodaß hier kein starkes Vordrehen des Raumzeigers der Spannung mehr nötig ist. Deshalb fehlt die ausgeprägte Spitze in $\omega_1^*(t)$.

Bei Betrachtung dieser Beispiele liegt die Frage nahe, ob es einen optimalen Phasensprung und damit optimalen Startwinkel zwischen den Raumzeigern der Flüsse und der Ständerspannung gibt. Das Optimierungsverfahren selbst ist nicht in der Lage, optimale Anfangskonfigurationen für die Flußkomponenten zu ermitteln. Um diese Frage dennoch beantworten zu können, ist eine Erweiterung der Freiheitsgrade für die Steuerfunktionen nötig. Hierauf wird im nächsten Abschnitt eingegangen.

7.4.3 Berechnung des optimalen Startwinkels für den Ständerspannungsraumzeiger bei erregter Maschine

Liegt der Raumzeiger der Ständerspannung, wie bisher stets betrachtet, auf der α -Achse des α - β -Koordinatensystems und liegen die Anfangsbedingungen für den Ständerflußraumzeiger vor, so ist damit eine unveränderbare Winkelbeziehung $\varphi_u, \varphi_1(0)$ zwischen diesen Raumzeigern bei $t = 0$ gegeben, wie bereits in Bild 7.7 gezeigt wurde. Durch das Optimierungsverfahren kann dieser Winkel bei $t = 0$ dann nicht verändert werden.

Wird der Ständerspannungsraumzeiger $\underline{u}_1$ dagegen nicht mehr fest an der α -Achse orientiert und wird mit $\lambda_k(t)$ der Drehwinkel des α - β -Koordinatensystems beschrieben, so ergibt sich auch bei stetigem $\lambda_k(t)$ bei $t = 0$ ein weiterer Freiheitsgrad in der Führung des Ständerspannungsraumzeigers, wie in Bild 7.10 gezeigt wird. Der Ständerspannungsraumzeiger kann sich mit seinen Komponenten $u_{1\alpha}(t)$ und $u_{1\beta}(t)$ im α - β -Koordinatensystem frei einstellen. Der in Gleichung (2.20) definierte Steuervektor muß hierfür erweitert werden zu

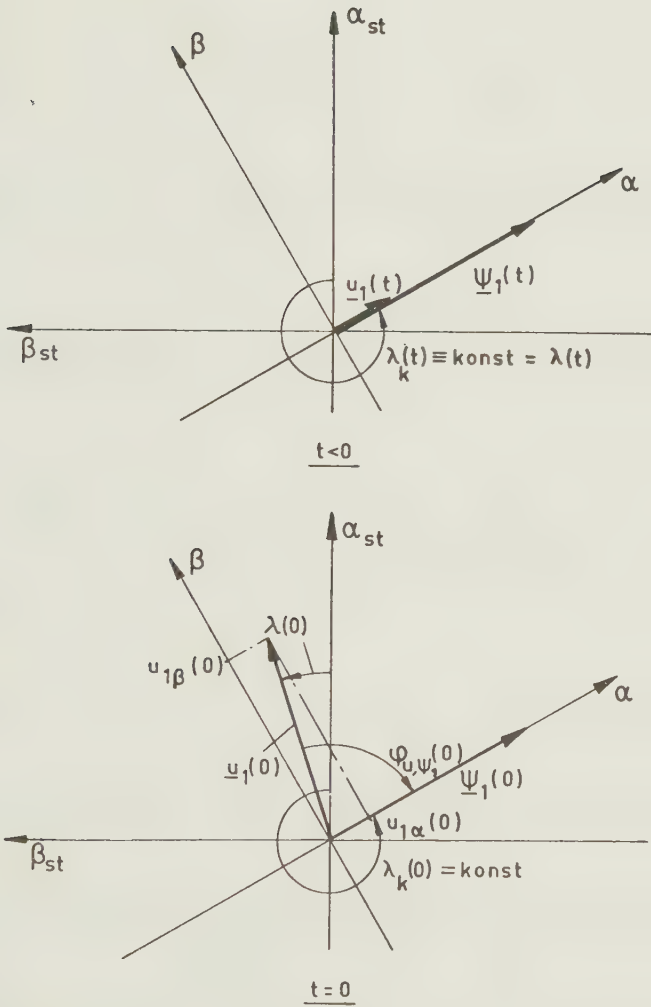


Bild 7.10 Freie Führung des Ständerspannungsraumzeigers im α - β -Koordinatensystem. Dadurch wird auch bei stetigem $\lambda_k(t)$ ein Phasensprung in der Führung des Ständerspannungsraumzeigers ermöglicht.

$$\underline{u}(t) = \begin{pmatrix} u_{1\alpha}(t) \\ u_{1\beta}(t) \\ \omega_k(t) \end{pmatrix}. \quad (7.25)$$

Die Steuervariable $\omega_k(t)$ beschreibt nicht die wirkliche Kreisfrequenz der Ständerspannung, sondern die Winkelgeschwindigkeit des α - β -Koordinatensystems.

Es soll ausdrücklich betont werden, daß die hier betrachtete Erweiterung des Freiheitsgrades in der Führung des Ständerspannungsraumzeigers nur im Zusammenhang mit der Berechnung des optimalen Phasensprunges für $\lambda(0)$ bei $t = 0$ sinnvoll ist. Dies zeigt eine nähere Betrachtung der neu eingeführten Funktionen.

Die Beschreibung des Ständerspannungsraumzeigers ergibt sich unter Beibehaltung des Drehwinkels $\lambda(t)$ für den Ständerspannungsraumzeiger in Relation zum α_{st} - β_{st} -Koordinatensystem (vgl. Bild 7.10) wie folgt:

$$\underline{u}_1(t) = \hat{u}_1(t) e^{j\lambda(t)} = \hat{u}_1(t) e^{j[\lambda_k(t) + \arctan\left(\frac{u_{1\beta}(t)}{u_{1\alpha}(t)}\right)]}. \quad (7.26)$$

Es wird

$$\frac{d}{dt} \lambda_k(t) = \omega_k(t) \quad (7.27)$$

gesetzt. Für die Winkelgeschwindigkeit des Ständerspannungsraumzeigers folgt dann

$$\frac{d}{dt} \lambda(t) = \omega_1(t) = \omega_k(t) + \frac{d}{dt} \left[\arctan\left(\frac{u_{1\beta}(t)}{u_{1\alpha}(t)}\right) \right]. \quad (7.28)$$

Der Winkelgeschwindigkeit $\omega_k(t)$ und dem Drehwinkel $\lambda_k(t)$ des α - β -Koordinatensystems kommen in diesem Fall keine unmittelbare physikalische Bedeutung mehr zu. Weiterhin muß beachtet werden:

Da $u_{1\beta}(t)$ und $u_{1\alpha}(t)$ beliebige Zeitfunktionen sein können, gilt

$$\arctan\left(\frac{u_{1\beta}(t)}{u_{1\alpha}(t)}\right) \neq \text{konst.} \quad (7.29)$$

Zu einem bestimmten Zeitverlauf $\lambda(t)$ kann daher nicht in eindeutiger Weise z.B. ein Verlauf $\lambda_k(t)$ zugeordnet werden. Somit haben die Funktionen $\lambda_k(t)$, $u_{1\alpha}(t)$, $u_{1\beta}(t)$ und auch $\omega_k(t)$ für $t > 0$ jede für sich allein betrachtet, keine Bedeutung. Wegen der Bedingung (7.29) sind auch die Gleichungen (7.26) und (2.2) für $t > 0$ nicht identisch.

Die Ergebnisse sollen deshalb nur hinsichtlich des Verhaltens bei $t = 0$ diskutiert werden. Der gesuchte optimale Phasensprung in der Führung des Ständerspannungsraumzeigers bei $t = 0$ ergibt sich wie folgt:

Ist $\underline{u}_1(t)$ für $t < 0$ wie in Bild 7.10 dargestellt durch

$$\underline{u}_1(t) = \hat{u}_1(t) e^{j\lambda(t)}, \quad t < 0 \quad \text{gegeben, d.h.}$$

$u_{1\alpha}(t) \equiv \hat{u}_1(t)$, $u_{1\beta}(t) \equiv 0$, $t < 0$, so ergibt sich bei stetigem $\lambda_k(t)$ bei $t = 0$ der gesuchte Phasensprung, der hier wie in Gleichung (2.2) mit λ_0 bezeichnet werden soll, bei $t = 0$ zu

$$\lambda_0 = \arctan \left\{ \frac{u_{1\beta}(0)}{u_{1\alpha}(0)} \right\}. \quad (7.30)$$

Die Stetigkeitsbedingung für $\lambda_k(t)$ kann durch Festlegung der Anfangsbedingungen für $\underline{\psi}_1(0)$ und $\underline{\psi}_2(0)$ entsprechend Abschnitt 7.4.2 leicht eingehalten werden.

Aus der Erweiterung des Steuervektors $\underline{u}(t)$ ergeben sich Ergänzungen für die Systemgleichungen, die Hamiltonfunktion, das Adjungierte System und die Iterationsvorschrift. Diese Ergänzungen sind leicht zu formulieren und brauchen hier nicht angeschrieben zu werden.

Es muß noch auf eine Besonderheit bei der Wahl der Startfunktion hingewiesen werden:

Damit sich die gesuchte optimale Anfangslage wirklich frei einstellen kann, darf auch keine Beeinflussung durch die Startfunktionen $u_{1\alpha}^0(t)$, $u_{1\beta}^0(t)$ und $\omega_k^0(t)$ erfolgen. Mit

$$u_{1\alpha}^0(t) = u_{1\beta}^0(t) = \omega_k^0(t) \equiv 0 \quad (7.31)$$

kann dies sicher erreicht werden.

Beispiel 2 a

Es soll entsprechend Beispiel 2 der Beginn des zeitoptimalen Hochlaufvorganges von den

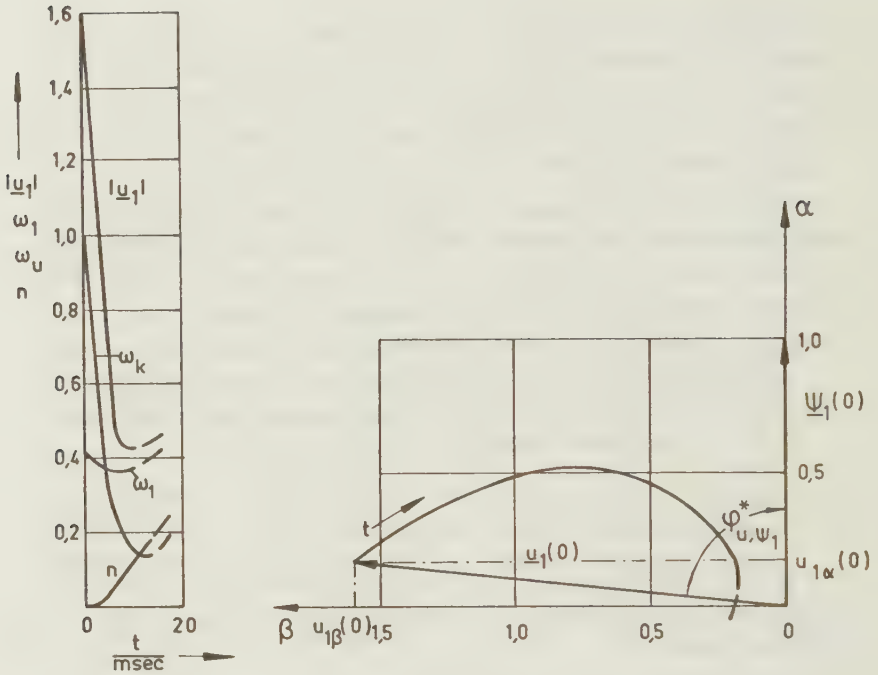


Bild 7.11 Beginn des Hochlaufvorganges bei freier Führung des Ständer-
spannungsraumzeigers im α - β -Koordinatensystem

Anfangsbedingungen $n(0) = 0$, $\psi_1(0) = 1$, $\psi_2(0) = \frac{X_h}{X_1} \psi_1(0) = 0,96$

betrachtet werden.

Da es nur auf die Ermittlung des Anfangswinkels $\varphi_{u,\psi_1}(0)$ ankommt, ge-
nügt die Betrachtung der Verläufe zu Beginn des Beschleunigungsvor-
ganges in Bild 7.11. Die in diesem Bild aufgetragenen Ergebnisse zeigen,
daß der gesuchte optimale Startwinkel $\varphi_{u,\psi_1}^*(0) \approx 85^\circ$ beträgt.

Interpretiert man die Wirkung der Spitze für $\omega_1(t)$, $t > 0$ aus Beispiel 2,
Bild 7.8, wie in der Diskussion zu Beispiel 2 bereits geschehen, als
nachgeholten Phasensprung, so führen die Rechnungen der Beispiele 2, 3
und 2a zu dem übereinstimmenden Resultat, daß es optimal ist, bei er-
regter Maschine Beschleunigungsvorgänge aus dem Stillstand mit einem
Startwinkel $\varphi_{u,\psi_1} \approx \frac{\pi}{2}$ einzuleiten.

Mit diesem Ergebnis soll die Betrachtung des in seiner Lage im α - β -Koordinatensystem freien Ständerspannungsraumzeigers abgeschlossen sein. Alle weiteren Rechnungen werden wieder mit dem ursprünglich eingeführten Steuervektor $\underline{u}(t)$ entsprechend Gleichung (2.20) mit $\hat{u}_1(t)$ und $\omega_1(t)$ als Steuergrößen der Maschine durchgeführt. Bei nachfolgenden Rechnungen wird bei erregter Maschine $\Psi_1(0) \neq 0$ mit dem günstig zu realisierenden Startwinkel $\varphi_u, \psi_1(0) = +\frac{\pi}{2}$ entsprechend Beispiel 3 gerechnet.

7.4.4 Rechnung mit einer Konstantwertnäherung für σ

Damit auch die Durchführung komplizierter Optimierungsrechnungen mit höherem Bedarf an Rechenkomponenten ermöglicht wird (z.B. Drehwinkelaufgaben, Rechnung mit freier Endzeit), ist es bei Erreichen der Kapazitätsgrenze des Rechners insbesondere in Hinblick auf die Zahl der Datenkanäle und Analogmultiplizierer notwendig, so viele Rechenelemente wie möglich einzusparen. Rechnet man mit einem konstanten Wert für σ , so lassen sich eine große Anzahl der oben genannten Rechenkomponenten einsparen, wie aus den Bildern 7.3 und 7.4 abgelesen werden kann.

Die Festlegung eines konstanten Näherungswertes für σ muß nun so erfolgen, daß in dem für den Bewegungsvorgang signifikanten Zeitbereich, d.h. während der Beschleunigungs- bzw. Bremsphase der Sättigungszustand möglichst richtig wiedergegeben wird. Während der Beschleunigungs- bzw. Bremsphase bleibt die Größe des Ständerstromes weitgehend konstant. Auf diesen Mittelwert I_1 wird der Näherungswert für σ entsprechend Bild 2.4 festgelegt. Der Mittelwert von I_1 muß ggf. durch vereinfachte Proberechnungen unter möglichst gleichen Lastbedingungen ermittelt werden.

Für die hier betrachteten Beispiele gilt $I_1 \approx 4$. Aus Bild 2.4 ergibt sich damit der Näherungswert zu $\sigma = 0,0825$.

Um die Auswirkungen dieser Näherung zu untersuchen, wird mit diesem Wert ein Beschleunigungsvorgang entsprechend Beispiel 3 optimiert. Wie die in Bild 7.12 aufgezeichneten Ergebnisse zeigen, ergibt sich eine gute Übereinstimmung mit der bei variablem σ gewonnenen Lösung. Die Hochlaufzeit t_1^* und die Größe der Läuferfrequenz stimmen praktisch überein. Auch die Größen Ψ_1 und i_1 stimmen gut überein. Die Abwei-

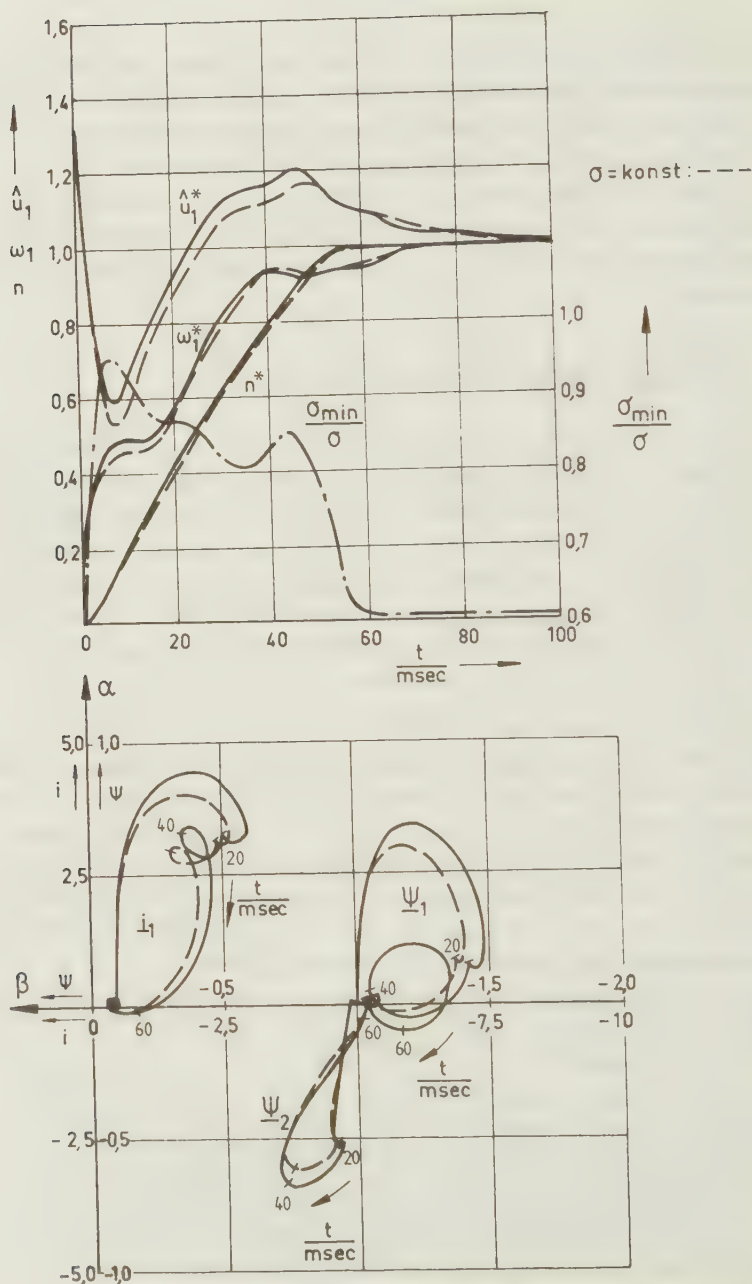


Bild 7.12 Vergleich der Optimierungsergebnisse bei Rechnung mit konstantem bzw. variablem Wert für den totalen Streukoeffizienten σ

chungen liegen im wesentlichen Zeitbereich unter 10 %. Die etwas größeren Abweichungen bei $\psi_1(t)$ und $i_1(t)$ zu Beginn des Beschleunigungsvorganges treten nur für ca. 15 msec in Erscheinung. Wesentlich ist, daß die charakteristischen Merkmale in den Zeitverläufen der Steuerfunktionen und der Systemvariablen erhalten bleiben. Damit ist es gerechtfertigt, auch mit einem konstanten Wert für σ zu arbeiten, wenn der Näherungswert des Streukoeffizienten dem mittleren auftretenden Sättigungszustand entspricht. Bei allen nachfolgenden Rechnungen, bei denen ein erhöhter Rechenaufwand unumgänglich ist (Rechnung mit freier Endzeit t_1 , Berechnung von Drehwinkelvorgängen), wird stets mit dem gesättigten Wert $\sigma = 0,0825$ bei dem mittleren Wert des Ständerstromes von $I_1 = 4$ gerechnet.

7.4.5 Rechnung mit freier Endzeit t_1

Die in den vorigen Abschnitten bereits bei Rechnung mit fester Endzeit t_1 behandelte Aufgabenstellung (A1) soll nun bei Rechnung mit freier Endzeit t_1 gelöst werden. Ausgangspunkt ist wieder die Gütefunktion (7.1), wobei jetzt als Hauptanteil die Bewertung der Zeitdauer des Beschleunigungsvorganges durch

$$\int_0^{t_1} k_1 \cdot 1 \, dt \quad \text{betrachtet werden muß.}$$

Es erfolgt keine direkte Bewertung der Drehzahl, sodaß der Term $k_n(n(t) - n_1)^2$ entfällt, was in der Gütefunktion (7.1) mit $k_n = 0$ berücksichtigt werden kann.

Beispiel 4

Es soll ein zeitoptimaler Einschaltvorgang von den

Anfangsbedingungen $n(0) = 0, \psi_1(0) = 0, \psi_2(0) = 0$

auf die

Endbedingungen $n(t_1) = n_1 = 1,4; d_M(t_1) = 0; \dot{d}_M(t_1) = 0$

erreicht werden. Es gelten die

Grenzwerte $\psi_{1\max} = 1,4; (\hat{u}_{1\max} = \omega_{1\max} = 1,6) \quad .$

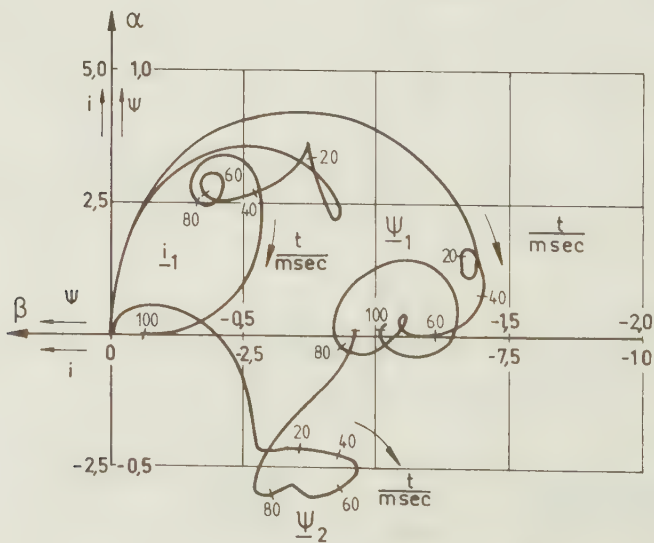
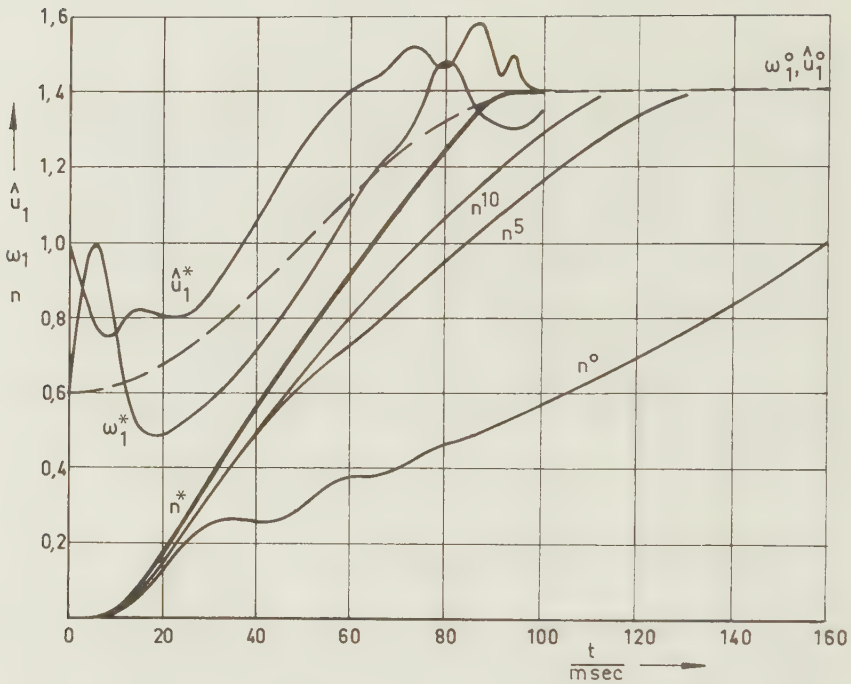


Bild 7.13 Zeitoptimaler Einschaltvorgang auf die erhöhte Drehzahl $n_1 = 1,4$ (Beispiel 5). Der * kennzeichnet die optimalen Lösungen

Die Berechnungen wurden mit konstantem Streukoeffizienten $\sigma = 0,0825$ durchgeführt. Die zur Erzielung eines günstigen Konvergenzverhaltens generierten Startfunktionen sind in Bild 7.13 mit eingezeichnet. Neben dem mit 0 gekennzeichneten Startvorgang sind die mit * gekennzeichneten optimalen Lösungen und auch die Zwischenlösungen $n^5(t)$ und $n^{10}(t)$ nach dem 5. bzw. 10. Iterationsschritt gezeichnet.

Diskussion

Die Ergebnisse in Bild 7.13 zeigen, daß auch die Rechnung mit freier Endzeit t_1 sehr gut geeignet ist, zeitoptimale Vorgänge zu berechnen. Die besondere Problematik dieser Berechnungsmethode liegt in der Verifizierung der Randbedingungen bei t_1^* . Wie bereits die Gütefunktion (7.1) zeigt, dienen die meisten Terme der Fixierung der Randbedingungen der mechanischen Größen

$$n(t_1) \rightarrow n_1$$

$$d_M(t_1) \rightarrow 0$$

$$\dot{d}_M(t_1) \rightarrow 0$$

und zur Erzielung einer definierten Lage des Magnetfeldes

$$\underline{\Psi}_1(t_1) \rightarrow \underline{\Psi}_{11}$$

$$\underline{\Psi}_2(t_1) \rightarrow \underline{\Psi}_{21} \cdot$$

Mit der Führung des Magnetfeldes wird natürlich die Forderung für das Drehmoment $d_M(t_1) \rightarrow 0$ unterstützt.

Wie im Kapitel 9 noch eingehend betrachtet wird, können sich gerade im Zusammenhang mit der Verifizierung der Randbedingungen erhebliche Konvergenzprobleme einstellen. Um die Konvergenzprobleme zu reduzieren, muß man bemüht sein, die Zahl der unabhängigen Terme in der Gütefunktion und damit die Zahl der freien Gewichtskonstanten so klein wie möglich zu halten. Am Beispiel der Erfüllung der Drehmomentrandbedingungen soll im folgenden eine Möglichkeit hierzu betrachtet werden.

Verifizierung von Randbedingungen durch Straffunktionen

So wie die Begrenzung von Systemvariablen (wie am Beispiel der Flußbegrenzung durchgeführt) durch Einführung von Straffunktionen in

die Gütefunktion realisiert wird, läßt sich auch die Erfüllung bestimmter Randbedingungen vorteilhaft mit dieser Verfahrensweise erreichen. Dies soll am Beispiel der Verifizierung der Drehmomentbedingungen $d_M(t_1) \rightarrow 0$ und $\dot{d}_M(t_1) \rightarrow 0$ erläutert werden. An Stelle der direkten Einführung dieser beiden Bedingungen in die Gütefunktion erfolgt die Formulierung folgender Straffunktion:

$$J = \dots + \int_0^{t_1} K_{dMG}(t) \left[|d_M(t)| - d_{MG}(t) \right] dt \quad (7.32)$$

$$\text{mit } K_{dMG}(t) = \begin{cases} k_{dMG} > 0 & \text{für } |d_M(t)| > d_{MG}(t) \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Die Funktion $d_{MG}(t)$ hat dabei die in Bild 7.14 gezeigte Gestalt. Das Maximum d_{MM} ist so groß gewählt, daß die Grenzfunktion nur in dem abfallenden Teil, der in Bild 7.14 ausgezogen dargestellt ist, in der Nähe der Endzeit t_1 wirksam ist. Mit dem Fortschritt der Rechnung und damit kleiner werdender Rechenzeit t_1 muß die Funktion entsprechend mitgeführt werden. Der Vorteil dieser Methode liegt insbesondere in der Reduktion der Anzahl der freien Gewichtsfaktoren in der Gütefunktion. Auch hier erfolgt für eine gute Wirksamkeit der Straffunktion wieder wie bei der Flußbegrenzung eine lineare Einführung der Differenz $|d_M(t)| - d_{MG}(t)$ im Gegensatz zur sonst üblichen quadratischen Bewertung. Mit der Straffunktion gelingt es leicht, das Drehmoment mit höheren als nur der ersten Ableitung nach t gegen Null zu führen.

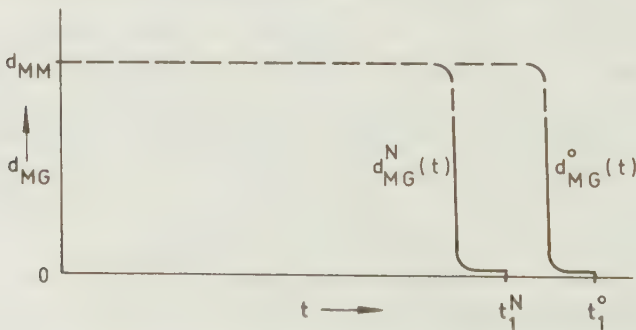


Bild 7.14 Definition der Grenzfunktion $d_{MG}(t)$ zur Verifizierung der Drehmomentrandbedingung $d_M(t_1) = 0$

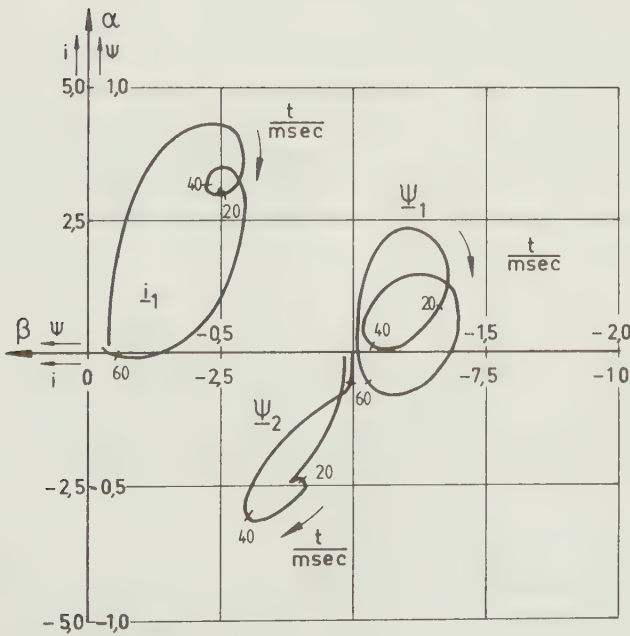
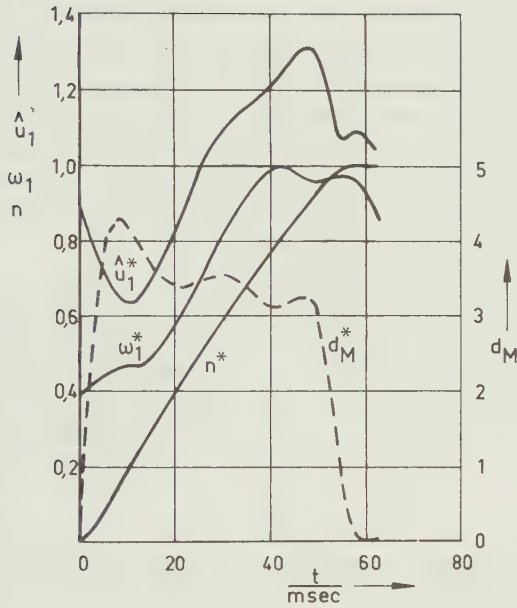


Bild 7.15 Optimierter Hochlaufvorgang bei Rechnung mit freier Endzeit t_1
 (Beispiel 3, Gütefunktion (7.1) mit (7.32), $(k_n = k_{dM1} = k'_{dM1} = 0)$)

Die gute Wirksamkeit dieser Methode soll an dem nachfolgenden Beispiel dokumentiert werden. An diesem Beispiel wird gleichzeitig die recht gute Übereinstimmung der Ergebnisse der Rechnung mit freier Endzeit t_1 mit denen bei Rechnung mit fester Endzeit t_1 deutlich. Es werde ein Hochlaufvorgang bei bereits erregter Maschine entsprechend dem Beispiel 3 aus Abschnitt 7.4.2 betrachtet. Die Ergebnisse der Rechnung sind in Bild 7.15 dargestellt. Ein Vergleich der Ergebnisse mit denen aus Bild 7.9 zeigt die relativ gute Übereinstimmung.

Zu bemerken ist insbesondere, daß bei $t = t_1^*$ die Steuergrößen $\omega_1(t)$ und $\hat{u}_1(t)$ für die weitere Aufrechterhaltung des Leerlaufes bei $t > t_1^*$ auf den Leerlaufwert $\omega_1(t) = \hat{u}_1(t) \Big|_{t > t_1^*} = 1$ springen müssen. Ein stetiger Übergang ist durch die Gütefunktion nicht gefordert und kann damit auch nicht erwartet werden.

7.4.6 Der Einfluß der Ständerflußgrenze auf den Beschleunigungsvorgang

In den Beispielen, die in den zurückliegenden Rechnungen betrachtet wurden, galt als Grenzwert für die Größe des Ständerflusses stets $\Psi_{1\max} = 1,4$, was etwa einer Begrenzung des Hauptflusses auf $\Psi_{h\max} = 1,2$ entspricht. Im folgenden soll untersucht werden, wie sich eine Verkleinerung dieses Grenzwertes auf das Beschleunigungsverhalten der Maschine und auf die optimale Steuerfunktion auswirkt. Kleine Grenzwerte für $\Psi_{1\max}$ sind natürlich für eine Reduktion der magnetischen Hauptfeldsättigung interessant.

Beispiel 5 / 6

Gesucht ist der zeitoptimale Hochlaufvorgang der stillstehenden Maschine mit den

Anfangsbedingungen $n(0) = 0$, $\Psi_{-1}(0) = -j1$, $\Psi_2(0) = -j0,96$

auf die

Enddrehzahl $n_1 = 1$.

Es werden Vorgänge mit den

Grenzwerten $\Psi_{1\max} = 1,2$ bzw. $1,0$ untersucht.

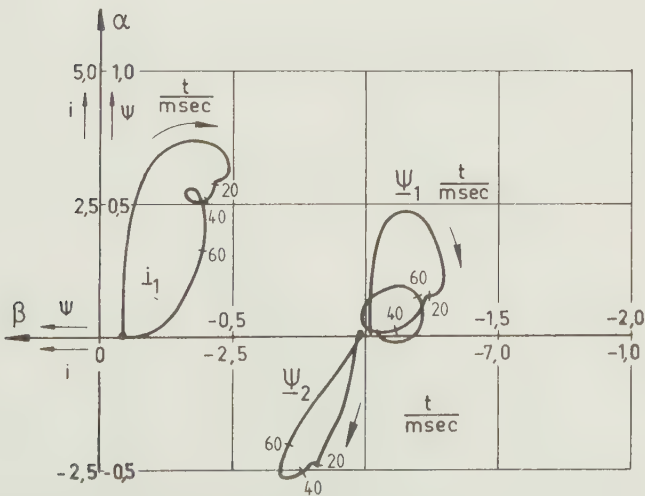
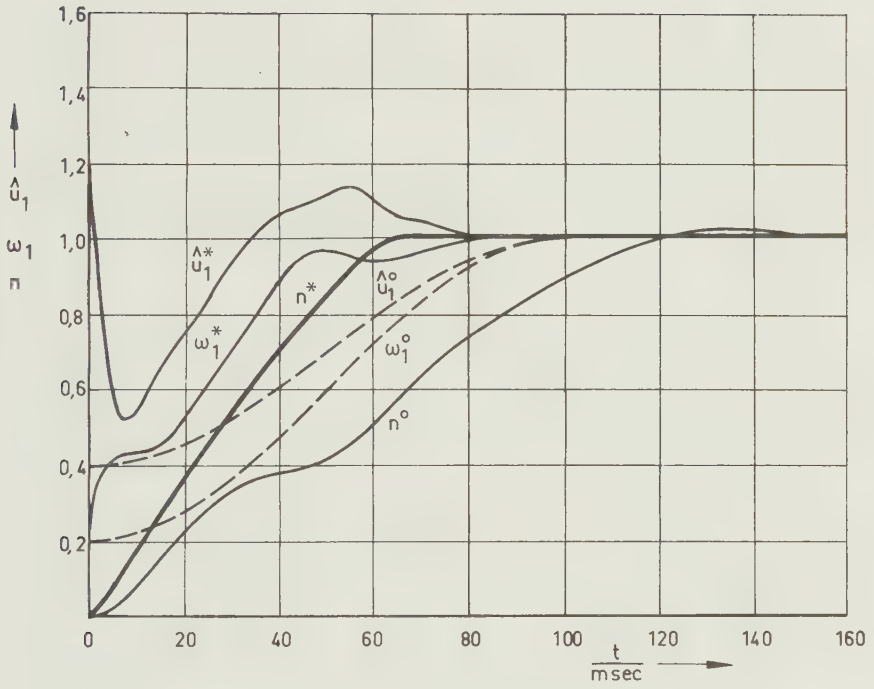


Bild 7.16 Zeitoptimaler Hochlaufvorgang bei $\psi_{\text{imax}} = 1,2$ (Beispiel 5)

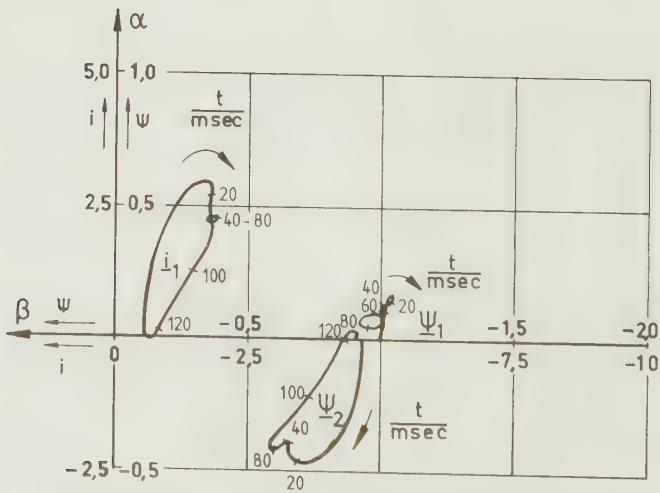
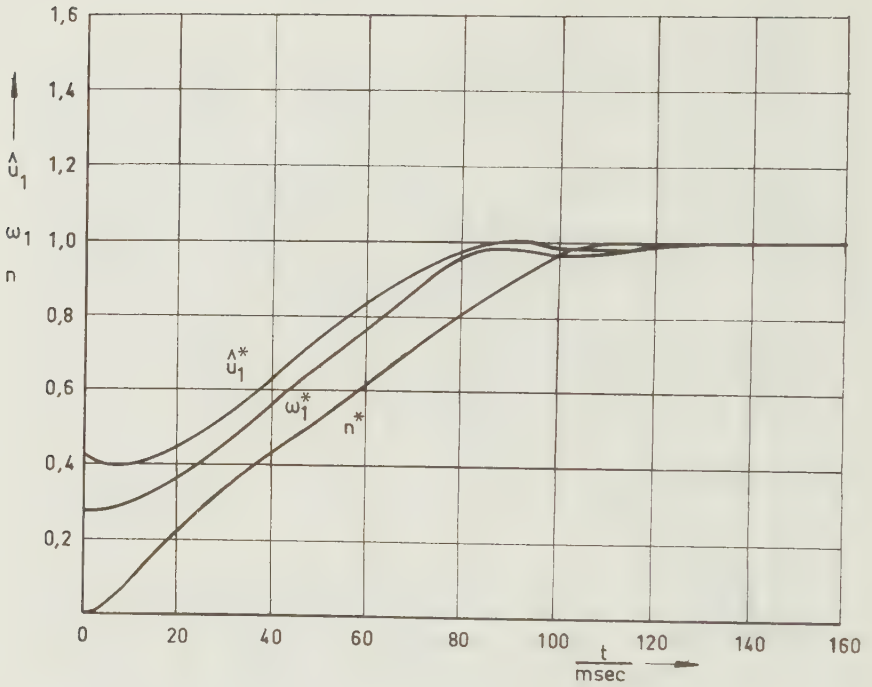


Bild 7.17 Zeitoptimaler Hochlaufvorgang bei $\psi_{1\max} = 1,0$ (Beispiel 6).
Der Startvorgang ist wie in Bild 7.16 gewählt

Der Optimierung liegt bei Rechnung mit fester Endzeit t_1 die Gütefunktion (7.19) zugrunde. Dabei kann Beispiel 3 aus Abschnitt 7.4.2 zum Vergleich dienen. In Bild 7.16 ist der optimierte Hochlaufvorgang mit dem Grenzwert $\Psi_{1\max} = 1,2$ gezeigt. Ein Vergleich mit Beispiel 3, Bild 7.9 macht deutlich, daß trotz Reduktion der Ständerflußbelastung noch eine sehr gute Hochlaufzeit t_1^* erzielbar ist.

Auf zwei Dinge muß im Zusammenhang mit diesem Beispiel noch hingewiesen werden:

1. In Bild 7.16 sind die für die Rechnung verwendeten Startfunktionen $\hat{u}_1^0(t)$ und $\omega_1^0(t)$ mit dem daraus resultierenden Startvorgang $n^0(t)$ mit eingezeichnet. In Kapitel 9 wird dieses Beispiel noch bei der Untersuchung des Einflusses der Startfunktion auf das Konvergenzverhalten von besonderem Interesse sein.
2. Der Zeitverlauf von $\Psi_1(t)$ in Bild 7.16 unten zeigt, daß in den ersten 20 msec doch ein kurzzeitiges Überschreiten des Grenzwertes $\Psi_{1\max} = 1,2$ erfolgt. Für $t > 20$ msec wird der Grenzwert dagegen sehr gut eingehalten. Hier wird die nur näherungsweise Erfüllbarkeit echter Begrenzungen durch die Technik der Straffunktionen deutlich. Dennoch ist diese Begrenzung aus der praktischen Sicht vollständig zufriedenstellend.

Der Vorgang in Bild 7.17 bei $\Psi_{1\max} = 1,0$ zeigt deutlich, daß sich eine drastische Reduktion der Ständerflußgrenze bereits äußerst negativ auf die erzielbare Hochlaufzeit auswirkt. Durch diese starre Begrenzung des Ständerflusses ergibt sich für den optimalen Beschleunigungsvorgang nämlich ein Absinken der Läuferflußgröße während des Beschleunigungsvorganges auf Werte, die kleiner sind als der Leerlauffluß. Dies hat dann eine erhebliche Einbuße im möglichen Drehmoment zur Folge.

7.4.7 Minimierung des Ständerstromes

In den bisherigen Ausführungen und Beispielen wurde stets angenommen, daß hinsichtlich der Größe des Ständerstromes, der für einen optimalen Vorgang zur Verfügung gestellt werden kann, keine Beschränkungen vorliegen. In Hinblick auf die Belastung der Speisequelle und der Maschine selbst ist es natürlich wünschenswert, die Ständerstromerhöhung so klein wie möglich zu halten. Aus diesem Grund wird für die Betrachtung

in diesem Abschnitt neben dem bisherigen Optimierungsziel der zeit-optimalen Beschleunigung eine Minimierung des erforderlichen Ständerstromes mit einbezogen. Ausgehend von der Gütefunktion (7.19) erhält man dann bei Rechnung mit fester Endzeit t_1 unter Einfügung des Ständerstromes in Anlehnung an Gleichung (4.2) die erweiterte Gütefunktion:

$$J = \int_0^{t_1} \{ k_i (i_1(t))^2 + k_{dMs} (\dot{d}_M(t) - \dot{d}_{Ms}(t))^2 + k_n (n(t) - n_1)^2 + K_\Psi(t) [\Psi_{1\alpha}^2 + \Psi_{1\beta}^2 - \Psi_{1max}^2] \} dt \quad (7.33)$$

mit $k_i \geq 0$, $k_{dMs} \geq 0$, $k_n \geq 0$ und

$$K_\Psi(t) = \begin{cases} k_\Psi > 0 & \text{für } \Psi_{1\alpha}^2 + \Psi_{1\beta}^2 > \Psi_{1max}^2 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Die nachfolgenden Beispiele sollen nun die Auswirkung der Ständerstromminimierung auf Beschleunigungsvorgänge verdeutlichen, wobei die Maschine bei $t = 0$ bereits auf den Leerlauffluß erregt sei. Als Reverenzbeispiel soll Beispiel 3 aus Abschnitt 7.4.2 bei $\Psi_{1max} = 1,4$ und das Beispiel 5 aus dem letzten Abschnitt bei $\Psi_{1max} = 1,2$ dienen.

Beispiel 7 / 8

Gesucht sind zeitoptimale Hochlaufvorgänge auf die

Enddrehzahl $n_1 = 1$ bei folgenden

Anfangsbedingungen $n(0) = 0$, $\underline{\Psi}_1(0) = -j1$, $\underline{\Psi}_2(0) = -j 0,96$.

Es werden die

Grenzwerte $\Psi_{1max} = 1,4$ bzw. $1,2$ betrachtet.

Die Beschleunigungsvorgänge sollen mit möglichst kleinem Ständerstrom i_1 durchgeführt werden. Die Ergebnisse sind in den Bildern 7.18 und 7.19 dargestellt.

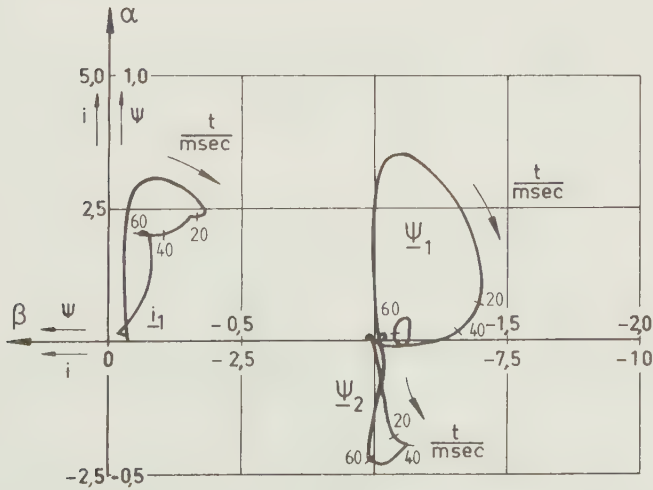
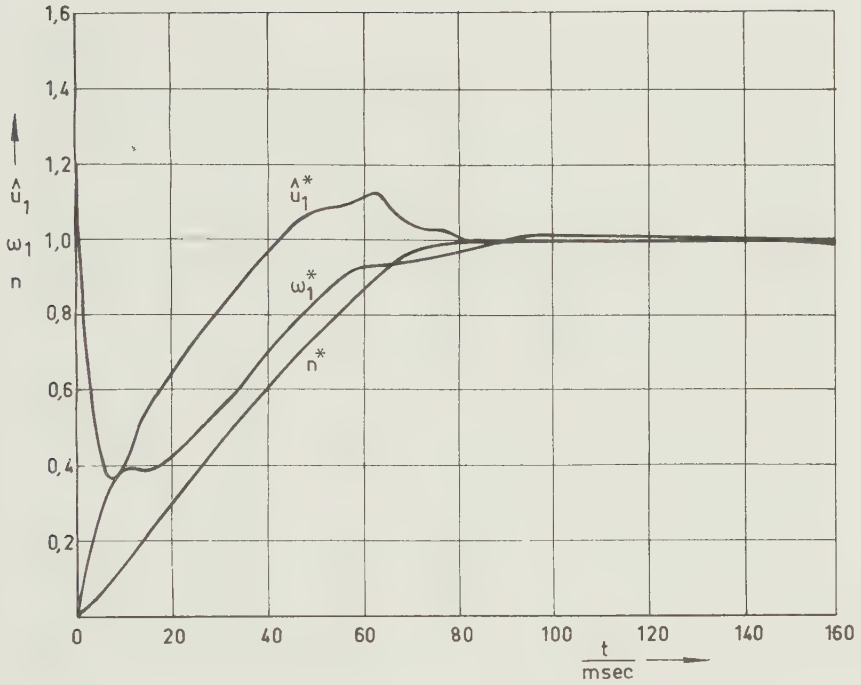


Bild 7.18 Zeitoptimaler Hochlaufvorgang bei $\psi_{\text{imax}} = 1,4$ und Minimierung des Ständerstromes (Beispiel 7)

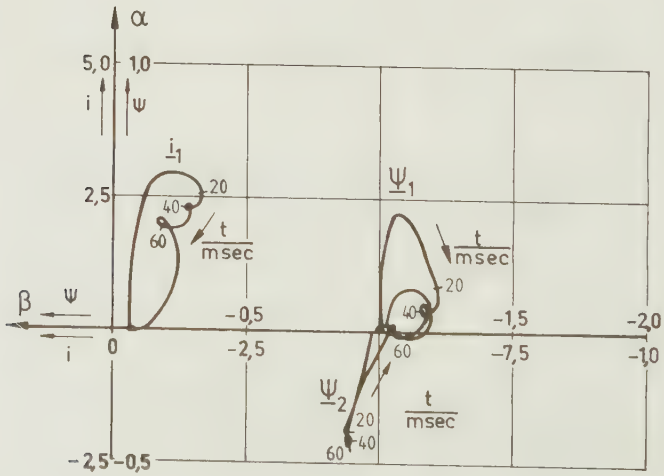
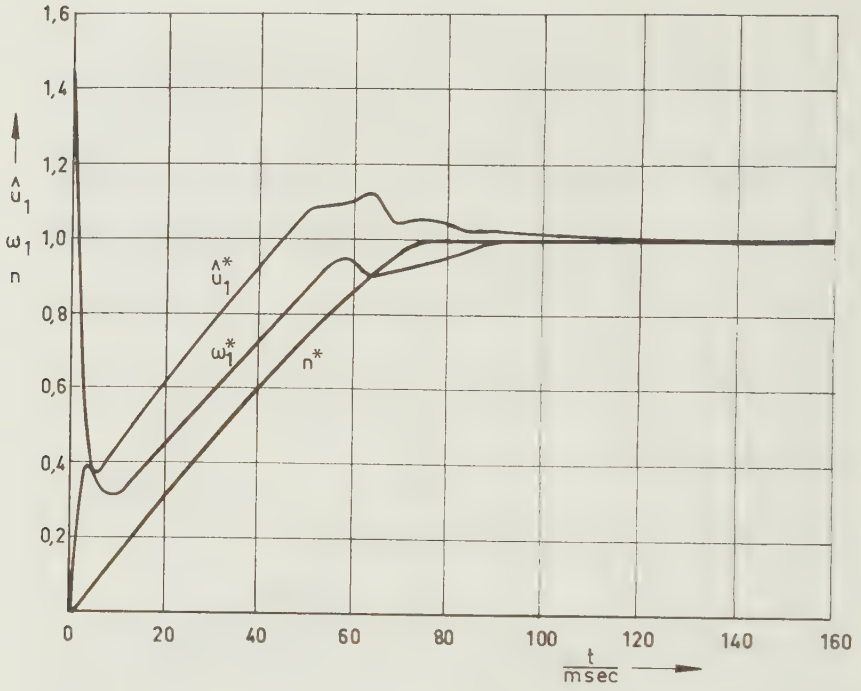


Bild 7.19 Zeitoptimaler Hochlaufvorgang bei $\psi_{\text{imax}} = 1,2$ und Minimierung des Ständerstromes (Beispiel 8)

Diskussion

Ein Vergleich der Ergebnisse aus Bild 7.18 mit denen aus Bild 7.9 ohne Stromminimierung zeigt deutlich die Auswirkungen des reduzierten Ständerstromes. Natürlich ergibt sich eine Vergrößerung der Hochlaufzeit der Maschine. Bemerkenswert ist der Umstand, daß die Minimierung des Ständerstromes bei $\Psi_{1\max} = 1,4$ eine starke Anhebung des Läuferflusses über den Leerlaufwert bewirkt. Dies hat auch ein Anwachsen des Hauptfeldes Ψ_h in der Maschine zur Folge. Sehr deutlich ist die Auswirkung der Stromminimierung auf die Größe der Läuferkreisfrequenz im Bereich konstanten Drehmomentes festzustellen. (Hierauf wird in Kapitel 10 noch ausführlich eingegangen.)

Der Vergleich der Ergebnisse der Rechnung mit Stromminimierung in Bild 7.19 mit denen aus Bild 7.16 bei jeweils $\Psi_{1\max} = 1,2$ bestätigt die eben gefundenen Auswirkungen der Stromminimierung auf die Hochlaufzeit und auf die resultierende Größe der sich stationär im Bereich konstanten Drehmomentes einstellenden Läuferkreisfrequenz. Beim Grenzwert $\Psi_{1\max} = 1,2$ tritt durch die Stromminimierung im Gegensatz zum Vorgang bei $\Psi_{1\max} = 1,4$ keine Erhöhung der Läuferflußgröße Ψ_2 über den Leerlaufwert hinaus mehr auf.

Allgemein muß zu den hier vorgestellten Ergebnissen angemerkt werden, daß diese keine absolute Gültigkeit besitzen. Durch Variation der Bewertung der Stromminimierung über den Faktor k_1 sind natürlich andere Verläufe mit noch mehr oder weniger ausgeprägter Stromminimierung er-rechenbar.

7.5 Berechnung zeitoptimaler Bremsvorgänge

Neben den bisher betrachteten Beschleunigungsvorgängen sind Bremsvorgänge von besonderer Wichtigkeit. Entsprechend der Betrachtung eines zeitoptimalen Beschleunigungsvorganges steht hier die Frage nach der Führung der Steuergrößen der Maschine zur Erzielung eines zeitoptimalen Bremsvorganges an erster Stelle. Eine besondere Bedeutung kommt dabei dem Bremsvorgang auf die Enddrehzahl $n_1 = 0$, also dem Stillsetzen des Antriebes zu. Bei der im nachfolgenden Kapitel zu behandelnden zeitoptimalen Führung des Drehwinkels ϑ tritt dieses Stillsetzen jeweils zum Abschluß des Bewegungsvorganges auf.

Die Berechnung zeitoptimaler Bremsvorgänge soll in zwei Beispielen bei Rechnung mit fester bzw. freier Endzeit erfolgen. Bei der Behandlung von Bremsvorgängen ist eine definierte Führung insbesondere des Ständerflußraumzeigers bei $t = t_1$ unerlässlich, da zur Aufrechterhaltung des Leerlaufflusses durch eine Gleichspannungserregung bei $t > t_1$ eine definierte Phasenlage des Ständerflusses in Relation zum Ständerspannungsraumzeiger bei $t = t_1$ vorliegen muß. Hierbei sollen die beiden Möglichkeiten unterschieden werden, den Ständerspannungsraumzeiger bei t_1 ohne bzw. mit einem Phasensprung in die zur Gleichstromerregung notwendige Lage zu überführen.

7.5.1 Rechnung mit fester Endzeit t_1

Für die Rechnung mit fester Endzeit t_1 bildet die Gütefunktion Gleichung (7.19) die Grundlage. Diese muß noch in Hinblick auf die angestrebte definierte Führung der Flußraumzeiger für $t \geq t_1$ erweitert werden. Ohne eine definierte Führung der Flußraumzeiger lassen sich Bremsvorgänge zum Stillstand hin ($n_1 = 0$) nicht zufriedenstellend behandeln. Diese Führung der Flußraumzeiger für Zeiten $t \geq t_1$ läßt sich relativ leicht verwirklichen. Dabei genügt es, den Ständerflußraumzeiger definiert zu führen.

Mit

$$\underline{\Psi}_1(t_1) = \Psi_{1\alpha 1} + j \Psi_{1\beta 1} \quad (7.34)$$

ist die gewünschte Endlage des Ständerflußraumzeigers vorgegeben. Über die Definition der zeitabhängigen Schaltfunktion $K_{\Psi_1}(t)$, die in Bild 7.20 aufgetragen ist, wird die Erweiterung der Gütefunktion (7.19) vorgenommen:

$$J = \dots + \int_0^{t_1} K_{\Psi_1}(t) \{(\Psi_{1\alpha}(t) - \Psi_{1\alpha 1})^2 + (\Psi_{1\beta}(t) - \Psi_{1\beta 1})^2\} dt \quad (7.35)$$

$$\text{mit } K_{\Psi_1}(t) = \begin{cases} K_{\Psi_1} > 0, & \text{für } |n(t)| \leq |n_1| + \epsilon, \epsilon > 0 \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases}$$

wobei ϵ eine kleine positive Zahl ist.

Die Einleitung des Optimierungszyklus erfolgt bei der Behandlung von Bremsvorgängen stets über Startfunktionen $\hat{u}_1^0(t)$ und $\omega_1^0(t)$, die aus einer stetigen Verbindung der Leerlaufwerte $\hat{u}_1(0)$, $\omega_1(0)$, $\hat{u}_1(t_1)$ und $\omega_1(t_1)$ gewonnen werden.

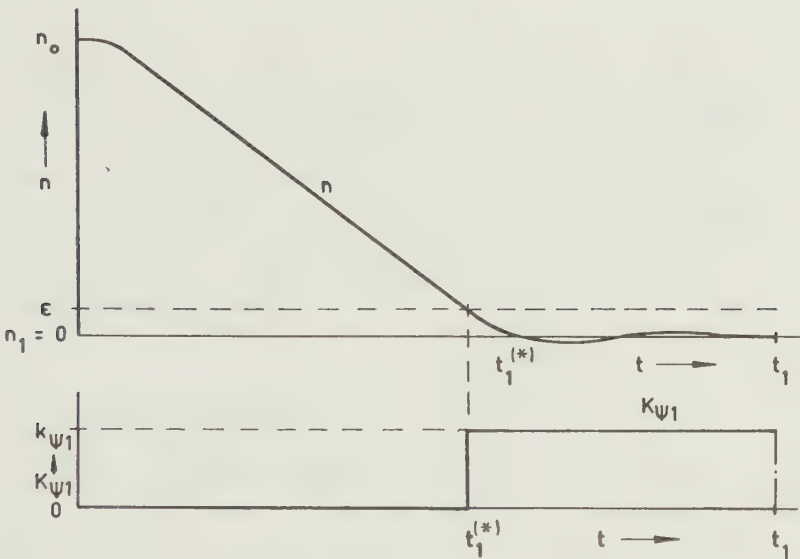


Bild 7.20 Definition der Funktion $K_{\psi_1}(t)$ in Abhängigkeit des Drehzahlverlaufes

Beispiel 9

Gesucht ist der Bremsvorgang zum zeitoptimalen Stillsetzen des Motors von der

Anfangsdrehzahl $n(0) = 1$ bei Leerlauf auf den

Stillstand $n(t_1^*) = 0$ und $d_M(t) \equiv 0, t \geq t_1^*$.

Damit eine Führung der Ständerspannung bei t_1^* ohne Phasensprung erreicht wird, muß $\Psi_1(t_1) = \Psi_{1\alpha 1} = 1$ gesetzt werden.

Es gilt wieder die

Grenzbedingung $\Psi_{1\max} = 1,4$.

Diskussion

Die Ergebnisse dieser Rechnung sind in Bild 7.21 aufgetragen. Dabei wird die exakte Führung der Flußraumzeiger in den durch $\Psi_1(t_1)$ gegebenen Stillstandpunkt deutlich. Sofort einsichtig ist auch das hierfür erforder-

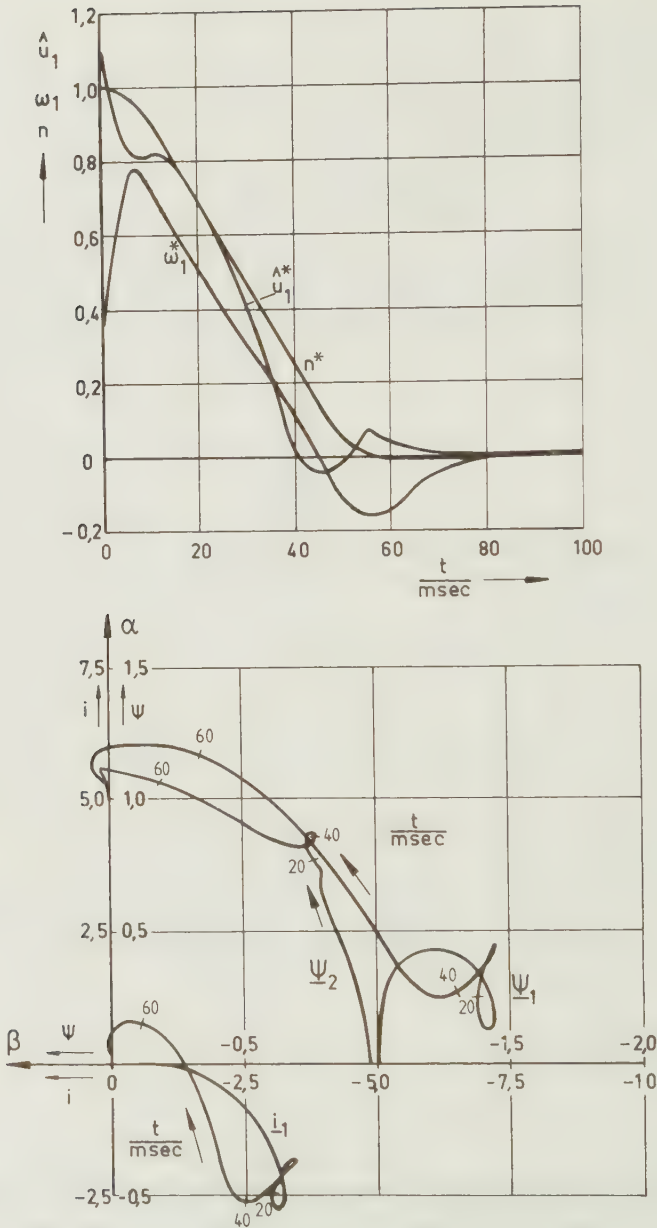


Bild 7.21 Zeitoptimaler Stillsetzvorgang mit Übergang in die Gleichstrom-
erregung ohne Phasensprung in der Führung der Ständerspannung
bei t_1^* (Beispiel 9)

derliche Zurückdrehen des Ständerspannungsraumzeigers, was durch die Werte $\omega_1(t) < 0$ gegen Ende des Bremsvorganges bewirkt wird. Sehr interessant und wie sich zeigen wird typisch für zeitoptimale Abbremsvorgänge auf den Stillstand ist der notwendige zweimalige Phasensprung in der Führung des Raumzeigers der Ständerspannung. Die Notwendigkeit und Bedeutung dieses bemerkenswerten Verhaltens wird am nachfolgenden Beispiel einsichtiger und dann in der abschließenden Diskussion in Kapitel 10 eingehend betrachtet.

7.5.2 Rechnung mit freier Endzeit t_1

Zur Berechnung von Bremsvorgängen bei Rechnung mit freier Endzeit t_1 dient die Gütefunktion (7.1) mit dem Zusatz (7.32) und $k_n = k_{dM} = k_{dM} = 0$. Es soll diesmal die Führung der Flußraumzeiger auf den Leerlaufpunkt

$$\Psi_1(t_1^*) = -j1, \Psi_2(t_1^*) = -j0,96$$

erfolgen. Im Zeitpunkt des Stillstandes muß dann der Ständerspannungsraumzeiger $\underline{u}_1(t)$ bei t_1^* zur Realisierung der Gleichstromspeisung um einen Winkel von $\Delta\lambda_{t_1}^* = -\frac{\pi}{2}$ zurückspringen. Dieser Bremsvorgang wird dann gewissermaßen symmetrisch zu den früher betrachteten Beschleunigungsvorgängen bei erregter Maschine, wo der Ständerspannungsraumzeiger bei $t = 0$ um $\lambda_0 = +\frac{\pi}{2}$ vorspringt. Durch diese Führung läßt sich ein sehr klares Bild von den optimalen Abläufen gegen Ende des Stillsetzvorganges gewinnen.

Beispiel 10

Es werde der zeitoptimale Stillsetzvorgang von der

Anfangsdrehzahl $n(0) = 1$ bei Leerlauf auf den

Stillstand $n(t_1^*) = 0, d_M(t) \equiv 0, t \geq t_1^*$

betrachtet. Die Endlage des Ständerflußraumzeigers ist durch

$$\underline{\Psi}_1(t_1^*) = -j1 \quad \text{definiert. Es gilt die}$$

Grenzbedingung $\Psi_{1\max} = 1,4.$

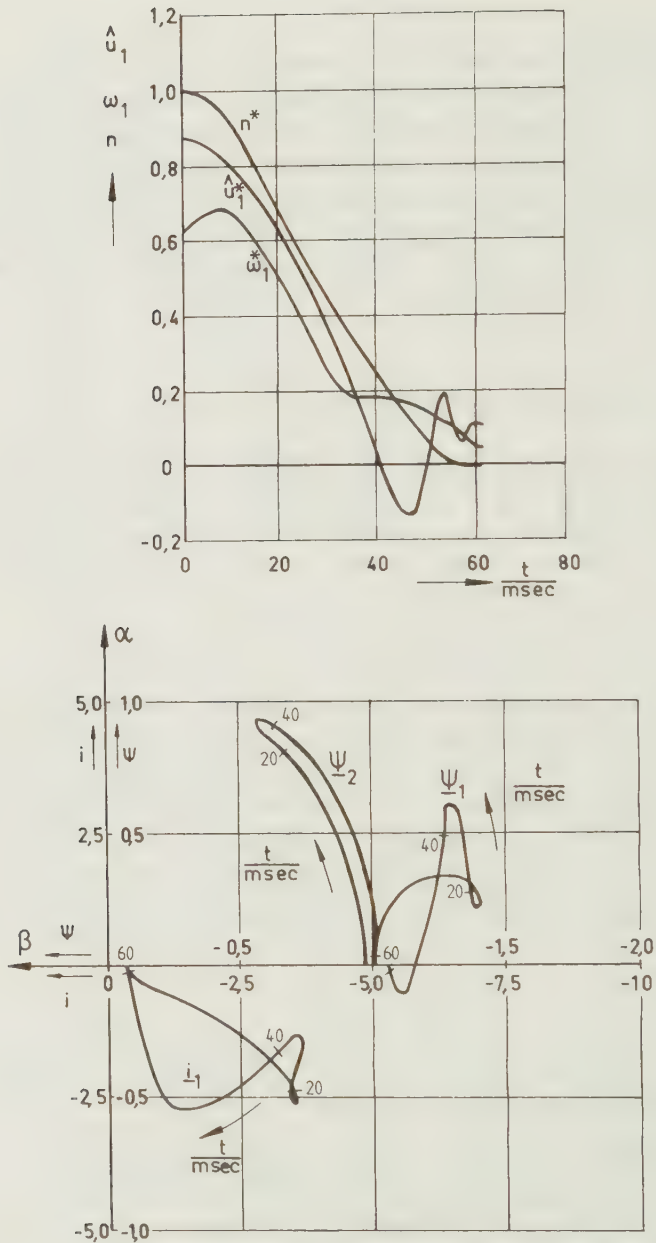


Bild 7.22 Zeitoptimaler Stillsetzvorgang mit Phasensprung von $\Delta\lambda = -\frac{\pi}{2}$ in der Führung der Ständerspannung zur Gleichstromerregung bei t_1^* (Beispiel 10)

Diskussion

Wie die in Bild 7.22 aufgetragenen Ergebnisse zeigen, ergibt sich, wie zu erwarten, nur in der Führung von $\omega_1(t)$ gegen Ende des Bremsvorganges gegenüber Beispiel 9 ein wesentlicher Unterschied. Das in Beispiel 9 durch den stetigen Verlauf bei negativen Werten von $\omega_1(t) < 0$ erfolgte Zurückdrehen des Ständerspannungsraumzeigers auf die Lage der Gleichstromspeisung fehlt hier, da voraussetzungsgemäß ein Zurückspringen des Ständerspannungsraumzeigers bei $t = t_1^*$ um $\Delta\lambda_{t_1^*} = -\frac{\pi}{2}$ erfolgen soll. Deutlich ausgeprägt sind auch bei diesem Stillsetzvorgang die beiden Phasensprünge in der Führung des Ständerspannungsraumzeigers zur Einleitung des Drehmomentabbaus gegen Ende des Bremsvorganges. (Nähere Ausführungen erfolgen in Kapitel 10.)

7.6 Berechnung zeitoptimaler Reversiervorgänge

Ein Reversiervorgang ist dadurch gekennzeichnet, daß auf einen Bremsvorgang z.B. bei Linkslauf unmittelbar ein Beschleunigungsvorgang bei Rechtslauf folgt. Das Drehmoment behält dabei seine Richtung bei. Damit ist zu erwarten, daß die Teilvorgänge, ausgenommen im Zeitbereich der Umgebung des Nulldurchganges der Drehzahl, den bereits früher betrachteten Brems- bzw. Beschleunigungsvorgängen entsprechen. Die Besonderheit des Reversiervorganges ergibt sich nun im Bereich des Nulldurchganges der Drehzahl. Hier müssen die Phasenbeziehungen zwischen den einzelnen Raumzeigern der Maschine $\underline{u}_1$, $\underline{\psi}_1$, $\underline{\psi}_2$ und $\underline{i}_1$ möglichst ohne eine Drehmomenteinbuße von denen des Bremsvorganges auf die des Beschleunigungsvorganges umgestellt werden. Dies muß durch eine geeignete Führung von $\hat{u}_1(t)$ und $\omega_1(t)$ erreicht werden. Der Untersuchung dieses auch aus antriebstechnischer Sicht interessanten Vorganges soll dieser Abschnitt zum Abschluß der Betrachtung reiner Drehzahlvorgänge dienen.

Hinsichtlich der Führung des Ständerspannungsraumzeigers sollen zwei Fälle unterschieden werden:

1. Der Spannungsraumzeiger $\underline{u}_1(t)$ soll in der Lage sein, einen Phasensprung von 180° auszuführen. In der Führung der Amplitude der Spannung $\hat{u}_1(t)$ bedeutet dies, daß $\hat{u}_1(t) > 0$ ist, falls $\underline{u}_1(t)$ in Richtung der positiven α -Achse zeigt, und $\hat{u}_1(t) < 0$, falls $\underline{u}_1(t)$

in Richtung der negativen α -Achse zeigt: Bild 2.2. Bei einem Null-durchgang von $\hat{u}_1(t) = 0$ ergibt sich also ein Phasensprung von 180° .

2. Die Führung des Ständerspannungsraumzeigers $\underline{u}_1(t)$ soll ohne Phasensprung erfolgen. Es muß also gelten $\hat{u}_1(t) \geq 0$. Der Raumzeiger der Ständerspannung zeigt dann immer in Richtung der positiven α -Achse.

Sowohl bei der Festlegung der Anfangsbedingungen für $\underline{\psi}_1(0)$ und $\underline{\psi}_2(0)$ für den Leerlauf bei Linkslauf als auch bei der Wahl der Startfunktionen $\underline{u}^0(t)$ sind die unterschiedlichen Gegebenheiten dieser beiden Fälle zu berücksichtigen. Als Gütefunktion wird Gleichung (7.33) bei Rechnung mit fester Endzeit t_1 zugrundegelegt. Damit soll auch eine leichte Minimierung des Ständerstromes angestrebt werden.

Beispiel 11

Es werde der zeitoptimale Reversiervorgang von der

Anfangsdrehzahl $n(0) = -1$ bei Leerlauf, Linkslauf, auf die

Enddrehzahl $n(t_1) = 1$ ebenfalls bei Leerlauf (Rechtslauf) betrachtet. Es gilt wieder die

Grenzbedingung $\psi_{1\max} = 1,4$.

Dabei ergeben sich aus der Annahme, daß der Spannungsraumzeiger einen Phasensprung von 180° ausführen kann, die

Anfangsbedingungen $\hat{u}_1(0) = -1$, $\underline{\psi}_1(0) = -j1$, $\underline{\psi}_2(0) = -j0,96$

für den Leerlauf bei Linkslauf.

Als Startfunktionen werden für $\hat{u}_1^0(t)$ und $\underline{u}_1^0(t)$ cos-förmige Funktionen vorgegeben. Diese Funktionen sind im Anhang mit den daraus folgenden Startlösungen angegeben: Bild A2.2 und Bild A2.3.

Diskussion

Die Ergebnisse dieser Rechnung sind in den Bildern 7.23 und 7.24 aufgetragen. Die bereits erwähnte Identität der Ergebnisse bei Beginn des Bremsvorganges und am Ende des Beschleunigungsvorganges zu früher betrachteten Vorgängen wird sofort deutlich. Bei dem hier vorliegenden Bremsvorgang muß berücksichtigt werden, daß dieser Bremsvor-

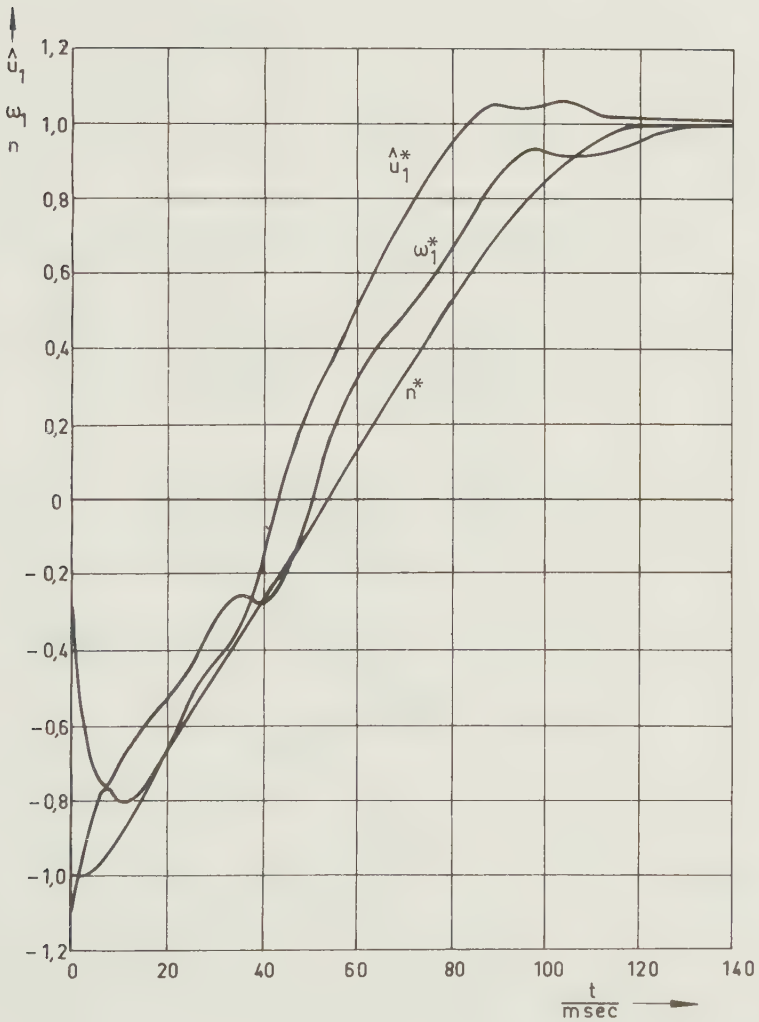


Bild 7.23 Zeitoptimaler Reversiervorgang bei Führung der Ständerspannung mit einem Phasensprung von $\Delta\lambda_U = +\pi$ bei $\hat{u}(t) = 0$ (Beispiel 11)

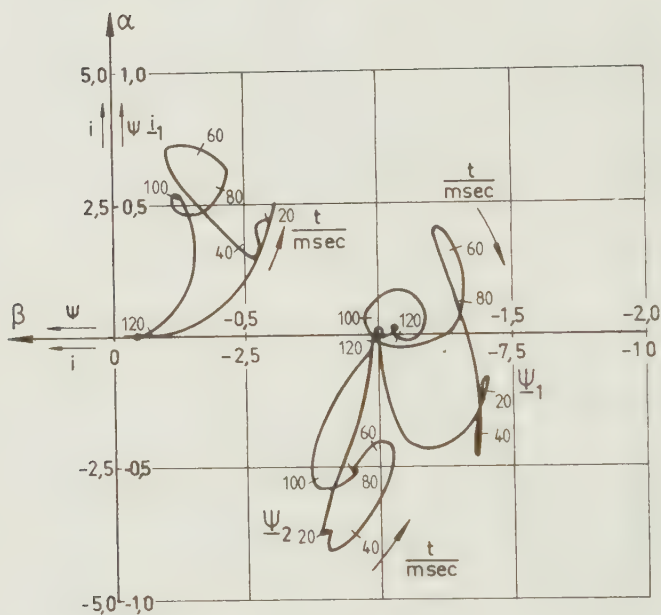


Bild 7.24 Führung der Raumzeiger $\underline{\psi}_1(t)$, $\underline{\psi}_2(t)$ und $\underline{i}_1(t)$ beim Reversier-
vorgang entsprechend Beispiel 11, Bild 7.23

gang bei Linkslauf erfolgt. Die Ergebnisse müssen daher während der ersten 30 msec spiegelbildlich zu denen aus Abschnitt 7.5 sein.

Für diesen Abschnitt bedeutsam ist nun die Betrachtung des Zeitbereiches von 20 msec bis 80 msec. In diesem Zeitabschnitt erfolgt die Überführung der Phasenbeziehungen vom Brems- in den Beschleunigungsvorgang. Charakteristisch ist hierfür das betragsmäßige Ansteigen von $\omega_1(t)$ auf die Größe von $n(t)$ im Bereich des Nulldurchganges von $\hat{u}_1(t)$. Der Grund für dieses Verhalten wird sofort deutlich, wenn man die Phasenkonstellationen beim Bremsvorgang und dem anschließenden Beschleunigungsvorgang betrachtet, worauf später noch eingegangen wird.

Zunächst werde ein Reversiertvorgang betrachtet, der sich von dem Vorgang in Beispiel 11 nur dadurch unterscheiden soll, daß die Führung des Ständerspannungsraumzeigers ohne Phasensprung erfolge.

Beispiel 12

Es werde ein zeitoptimaler Reversiertvorgang betrachtet. Dabei soll $\hat{u}_1(t) \geq 0$ gelten. Daraus folgen für den Leerlauf bei Linkslauf die folgenden

Anfangsbedingungen $n(0) = -1$, $\underline{\psi}_1(0) = +j$, $\underline{\psi}_2(0) = +j$ 0,96, $\hat{u}_1(0) = 1$,
 $\omega_1(0) = -1$.

Es gelte wieder die

Grenzbedingung $\psi_{1\max} = 1,4$.

Wie in Beispiel 12 gelten die

Endbedingungen $n(t_1) = 1$ bei Leerlauf im Rechtslauf.

Als Startfunktion wurde $\hat{u}_1^0(t) \equiv 1$ gewählt und $\omega_1^0(t)$ wieder gemäß einer cos-Funktion geführt. (Siehe Anhang Bild A2.4)

Die Berechnung dieses Beispiels ist sehr interessant und zeigt die besondere Leistungsfähigkeit des gesamten Optimierungsverfahrens. Die Schwierigkeit dieses Vorganges liegt nämlich darin begründet, daß hier ein notwendiger Schwenk in der Führung des Ständerspannungsraumzeigers um nahezu 180° in Relation zu den Flußraumzeigern durchgeführt werden muß. (In Beispiel 11 entfiel dieser Schwenk auf Grund des Phasensprunges in der Führung des Ständerspannungsraumzeigers $\underline{u}_1(t)$.) Da dieser Schwenk

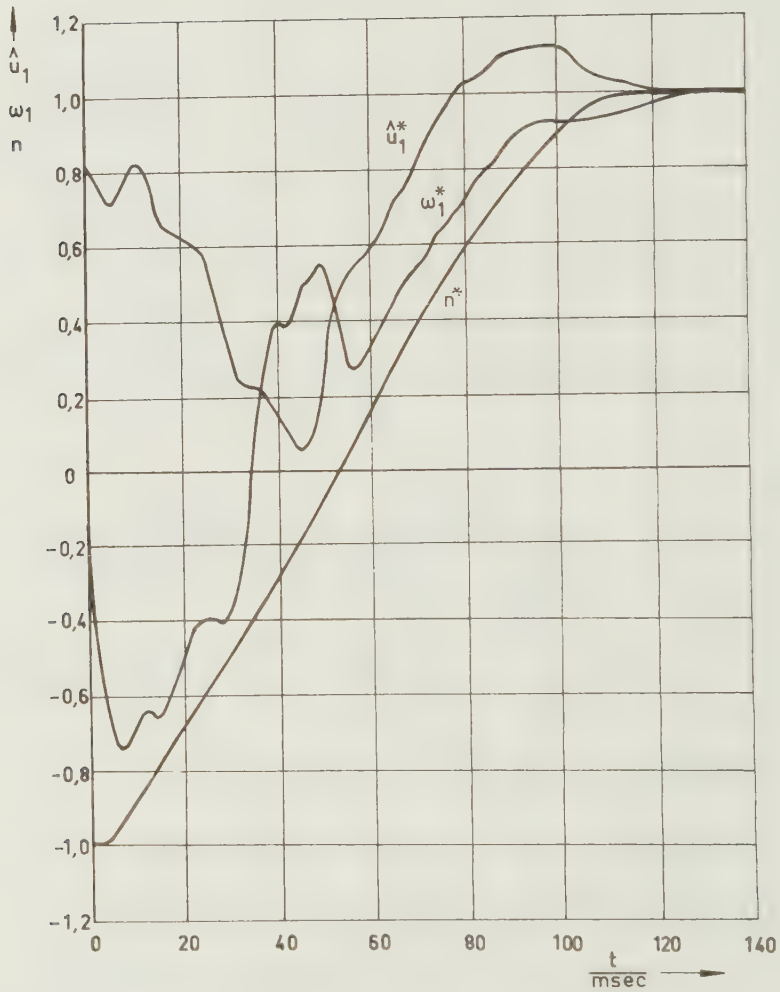


Bild 7.25 Zeitoptimaler Reversiervorgang bei Führung der Ständerspannung ohne Phasensprung (Beispiel 12)

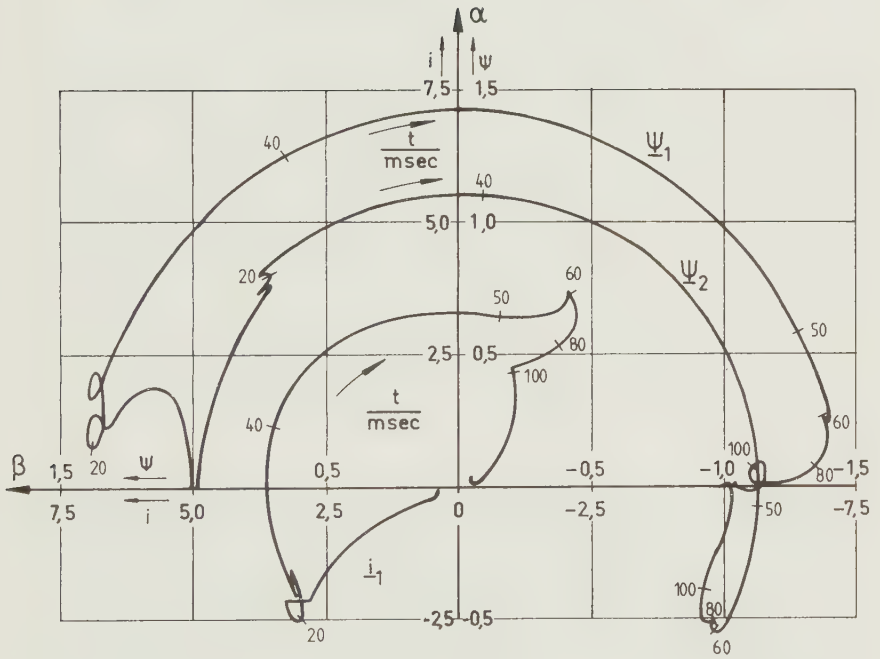


Bild 7.26 Führung der Raumzeiger $\underline{\Psi}_1(t)$, $\underline{\Psi}_2(t)$ und $\underline{i}_1(t)$ beim Reversier-
vorgang entsprechend Beispiel 12, Bild 7.25

in den Startfunktionen für $\underline{u}^0(t)$ fehlt, ergibt sich auch ein äußerst schlechter Startvorgang für $\underline{n}^0(t)$, der durch starke Drehmomentschwankungen und Flußüberhöhungen mit $|\underline{\Psi}_1^0(t)| > 2$ gekennzeichnet ist.

Die Bilder 7.25 und 7.26 zeigen die Ergebnisse der Rechnung. Markantes Merkmal der Steuerfunktionen ist die Führung von $\omega_1(t)$ zwischen $t = 30$ msec und $t = 60$ msec. In diesem Zeitbereich wird der Schwenk des Ständerspannungsraumzeigers $\underline{u}_1(t)$ in Relation zu den Flußraumzeigern von der Lage bei generatorischem Betrieb im Linkslauf auf die Lage bei motorischem Betrieb und Rechtslauf durchgeführt. Der Raumzeiger $\underline{u}_1(t)$ überholt bei diesem Schwenk die Flußraumzeiger in der Maschine. In Bild 7.26 ergibt sich folgerichtig das Zurückschwenken der Fluß- und Stromraumzeiger von der positiv imaginären Seite auf die negativ imaginäre Seite in dem am Ständerspannungsraumzeiger orientierten Koordinatensystem. Bemerkenswert ist hierbei, daß zur Aufrechterhaltung des Drehmomentes während des gesamten Schwenkvorganges die Phasenbeziehungen zwischen den Fluß- und Stromraumzeigern und deren Beträge konstant bleiben. Die leichte Welligkeit in $\omega_1(t)$ während der Bremsphase muß in Anbetracht der hier vorliegenden äußerst schwierigen Konvergenzverhältnisse in Kauf genommen werden.

Bei der Untersuchung der Schwenkbewegung der Raumzeiger von $\underline{\Psi}_1(t)$, $\underline{\Psi}_2(t)$ und $\underline{i}_1(t)$ in Bezug auf $\underline{u}_1$ in Bild 7.26 sieht man, daß der gesamte Schwenkwinkel von $t = 20$ msec auf $t = 60$ msec nicht 180° , sondern nur ca. $165^\circ \hat{=} \frac{\pi}{2} - \Delta\lambda'$ beträgt. Dieser Phasenschwenk muß noch einer etwas eingehenderen Betrachtung unterzogen werden, zumal auch die Ergebnisse des Beispiels 11 beim erzwungenen 180° - Phasensprung mit der daraus resultierenden etwas eigenwilligen Führung von $\omega_1(t)$ (Bild 7.23) noch nicht voll befriedigen können. Hierzu muß noch einmal auf Beispiel 11 zurückgegriffen werden:

Betrachtet man die stationären Lagen der Raumzeiger von Ständerspannung, Ständerstrom und den Flüßen während der Bremsphase bei Linkslauf und während der Beschleunigungsphase bei Rechtslauf in Bild 7.27, so wird deutlich, daß die relative Lage der Strom- und Flußraumzeiger zueinander unverändert bleibt. Im α - β -Koordinatensystem unterscheiden sich die jeweiligen Winkellagen um den Winkel $\Delta\lambda' \hat{=} 15^\circ$. Würde nun die Führung des Ständerspannungsraumzeigers nicht mit einem 180° Phasensprung wie

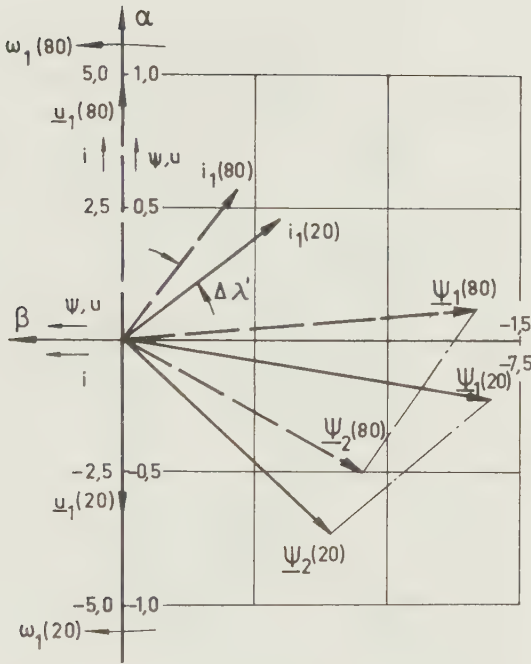


Bild 7.27 Stationäre Lage der Raumzeiger beim Reversiervorgang, Beispiel 11, Bild 7.23 bzw. Bild 7.24 während der Bremsphase im Links-
lauf ($t = 20$ msec) und $\hat{u}_1(20) < 0$ und während der Beschleunigungsphase bei Rechtslauf ($t = 80$ msec) und $\hat{u}_1(80) > 0$

in Beispiel 11 vorgenommen, sondern nur mit einem Phasensprung von $\Delta\lambda_u = |\varphi_{u,\psi_1}(20)| + |\varphi_{u,\psi_1}(80)| = \pi - \Delta\lambda' \hat{=} 165^\circ$ durchgeführt, so würden die jeweiligen Lagen der Raumzeiger für $\underline{i}_1$, $\underline{\psi}_1$ und $\underline{\psi}_2$ ohne Einschwingvorgang vom Bremsvorgang in den Beschleunigungsvorgang übergehen, wie im Bild 7.28 dargestellt ist. Dort ist angenommen, daß der Ständerstromraumzeiger beim Nulldurchgang mit einem 165° Phasensprung vom α - β -Koordinatensystem in das α' - β' -Koordinatensystem übergeht. Die Führung von $\omega_1(t)$ wird bei Annahme dieses Phasensprungs gegenüber Bild 7.23 noch mehr vereinfacht, da ω_1 nun so geführt werden kann, daß sich im gesamten betrachteten Bereich $\omega_2 = \text{konst}$ einstellt, wie $\omega_1'(t)$ in Bild 7.29 zeigt.

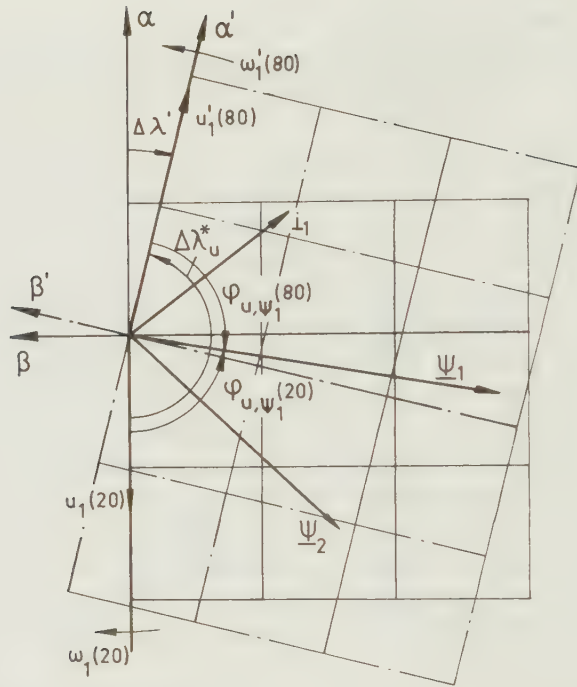


Bild 7.28 Optimaler Phasensprung $\Delta\lambda_u^* \hat{=} 165^\circ$ beim Nulldurchgang von $\hat{u}_1(t)$. Die stationären Lagen der Raumzeiger $\underline{\psi}_1(t)$, $\underline{\psi}_2(t)$ und $\underline{i}_1(t)$ gehen vom Bremsvorgang ($t = 20$ msec) nahtlos auf den Beschleunigungsvorgang ($t = 80$ msec) über. Hierzu ist die Führung von $\omega_1(t)$ entsprechend Bild 7.29 erforderlich

Die in Bild 7.29 zwischen $\omega_1(t)$ und $\omega_1'(t)$ gestrichelte Fläche entspricht gerade dem Winkel $\Delta\lambda' \hat{=} 15^\circ$, der von dem 180° - Phasensprung abgezogen werden muß. In Beispiel 11 wurde diese Verkürzung des Phasenschwens von 180° auf 165° praktisch durch die Führung von $\omega_1(t)$ vollzogen.

Zum Abschluß der Untersuchung von Reversiervorgängen muß noch eine aus der Sicht der Optimierungsrechnung interessante Randbemerkung angefügt werden. Neben dem in Bild 7.26 (Beispiel 12) gezeigten 165° -Schwenk der Raumzeiger ist natürlich auch ein 195° -Schwenk in umgekehrter Richtung denkbar. Wie die in Bild 7.30 aufgetragenen Ergebnisse zeigen, kann sich durchaus

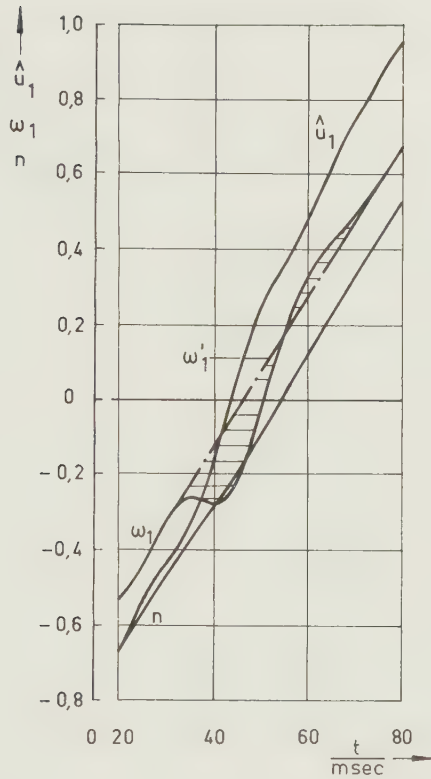


Bild 7.29 Führung von $\hat{u}_1(t)$ und $\omega_1(t)$ bei einem Phasensprung von $\Delta\lambda_U \hat{=} 180^\circ$ bzw. $\omega'_1(t)$ bei einem Phasensprung von $\Delta\lambda_U \hat{=} 165^\circ$. Die schraffierte Fläche zwischen $\omega_1(t)$ und $\omega'_1(t)$ entspricht genau der Drehwinkeldifferenz $\Delta\lambda' \hat{=} 15^\circ$

eine entsprechende Lösung der Optimierungsrechnung mit der hierzu charakteristischen Führung von $\omega_1(t)$ einstellen. Auf welche der gezeigten Lösungen, Bild 7.25 oder Bild 7.30, das Verfahren konvergiert, hängt von der Wahl der Startfunktionen ab. Die Startfunktion $\omega_1^0(t)$ dieser Lösung, die hier nicht weiter diskutiert zu werden braucht, ist durch einen flacheren Verlauf der cos-Funktion (vgl. Bild A 2.4) gekennzeichnet. Der Vergleich dieser doch recht unterschiedlichen Lösungen zeigt aber-

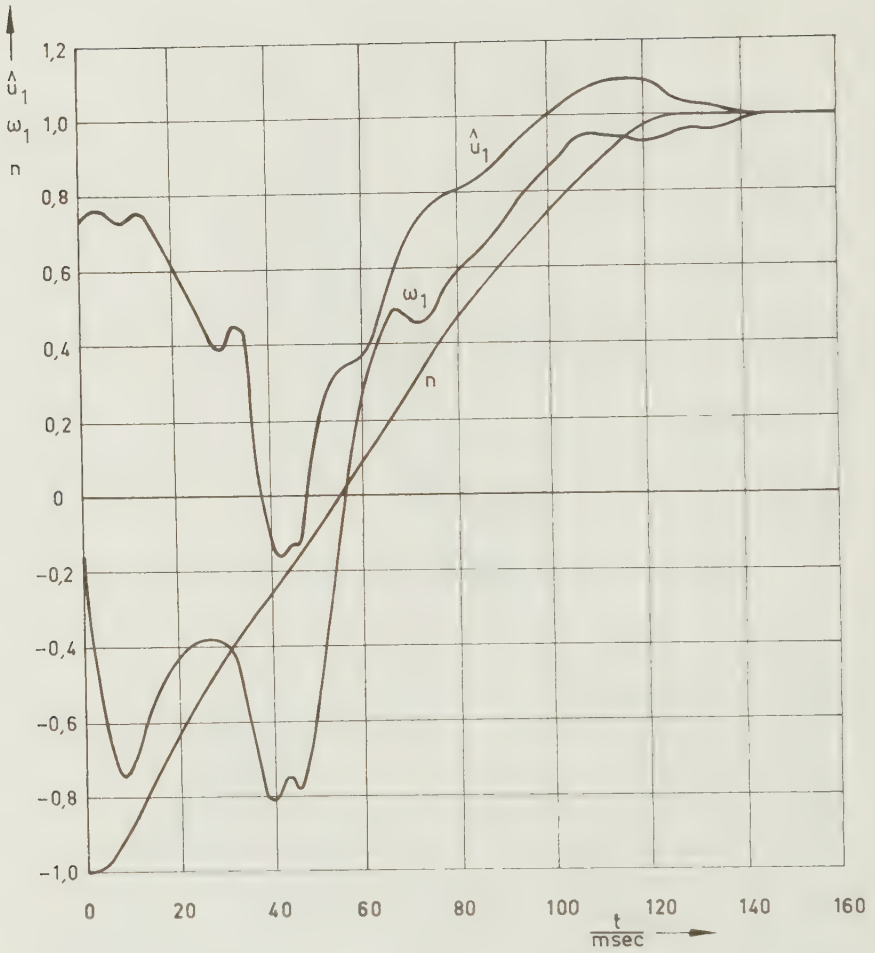


Bild 7.30 Mögliche Führung der Frequenz $\omega_1(t)$ bei Ausführung eines Phasenschwenks von $\Delta\lambda \hat{=} -195^\circ$

mals, daß die Ergebnisse aus Optimierungsrechnungen stets einer abschließenden kritischen Beurteilung unterzogen werden müssen.

8. Berechnung zeitoptimaler Übergangsvorgänge für den Drehwinkel ϑ

8.1 Einführung und Formulierung der Gütefunktion

Für Servoantriebe ergibt sich in vielen Fällen die Aufgabe, die Lage eines Objektes oder einen Drehwinkel bei Positionieraufgaben zeitoptimal zu führen. So bildete auch die Untersuchung der zeitoptimalen Führung eines mechanischen Systems, bei dem die Beschleunigung einer Masse die Steuergröße darstellt und der Weg und die Geschwindigkeit die zu führenden Zustandsgrößen sind, ein "klassisches Beispiel" aus der Anwendung der linearen Optimierungstheorie und des Maximumprinzips. /1, 35/

In Hinblick auf einen Einsatz des Asynchronmotors für derartige Antriebsaufgaben stellt deshalb die Berechnung zeitoptimaler Drehwinkelvorgänge eine besonders interessante Fragestellung dar. Drehwinkelvorgänge - hiermit ist die Verdrehung des Maschinenläufers um einen Drehwinkel vom Stillstand wieder zum Stillstand gemeint - enthalten Grundelemente der Bewegung, die bereits im letzten Kapitel untersucht wurden, wie den Beschleunigungs- und den Bremsvorgang. Insbesondere bei der Durchführung zeitoptimaler Drehwinkelvorgänge mit nur kleiner Winkeländerung läßt sich allerdings keine Abgrenzung in einzelne Bewegungsphasen mehr vollziehen. Deshalb ist es notwendig, den Bewegungsvorgang als Ganzes zu betrachten.

Den Rechnungen in diesem Kapitel liegt die folgende Aufgabenstellung zugrunde:

Aufgabenstellung A2

Gesucht ist die optimale Führung der Amplitude $\hat{u}_1^*(t)$ und der Frequenz $\omega_1^*(t)$ der Ständerspannung des Motors, so daß der Drehwinkel $\vartheta(t)$ vom stationären

Anfangszustand $\vartheta(0) = 0, n(0) = 0, \underline{\psi}_1(0) = \underline{\psi}_{10} = -j1,$

$$\underline{\psi}_2(0) = \underline{\psi}_{20} = -j \frac{X_h}{X_1} 1 = -j 0,96$$

in möglichst kurzer Zeit t_1^* in den stationären

$$\begin{aligned}
 \text{Endzustand} \quad \vartheta(t_1^*) &= \vartheta_1 \\
 n(t) &\equiv 0, \quad t \geq t_1^* \text{ (Stillstand)} \\
 \underline{\psi}_1(t_1^*) &= j \psi_{1\beta 1} = -j 1 \\
 \underline{\psi}_2(t_1^*) &= j \psi_{2\beta 1} = -j \frac{x_n}{x_1} 1 = -j 0,96
 \end{aligned}$$

überführt wird. Hierbei müssen vorgegebene

$$\begin{aligned}
 \text{Begrenzungen} \quad \hat{u}_1(t) &\leq \hat{u}_{1\max} = 1,6 \\
 \omega_1(t) &\leq \omega_{1\max} = 1,6 \\
 \psi_1(t) &\leq \psi_{1\max} = 1,4 \\
 n(t) &\leq n_{\max}
 \end{aligned}$$

eingehalten werden.

Für die Randbedingungen bei $t = 0$ wird wieder, ausgehend von der Gleichstromerregung, ein Phasensprung in der Führung des Ständerspannungsraumzeigers von $+\frac{\pi}{2}$ und bei $t = t_1^*$ um $-\frac{\pi}{2}$ zurück auf die Gleichstromerregung angenommen.

Die Gliederung des Bewegungsvorganges in unterschiedliche Bewegungsabschnitte stellt an das Optimierungsverfahren in Bezug auf das Konvergenzverhalten hohe Anforderungen. Diesem Umstand ist bei der Formulierung der Gütefunktion und der Startfunktionen $\hat{u}_1^0(t)$ und $\omega_1^0(t)$ Rechnung zu tragen. Die Gütefunktion muß neben Elementen zur Verifizierung des Optimierungszieles, der Randbedingungen und Begrenzungen auch einen Term zur Konvergenzerleichterung enthalten. Die Bedeutungen der einzelnen Terme in der Gütefunktion sind offensichtlich. Dennoch sei im Folgenden auf einige Besonderheiten hingewiesen und auch der Term zur Konvergenzerleichterung etwas eingehender betrachtet.

Zur Lösung der Aufgabenstellung A2 wird bei Rechnung mit freier Endzeit t_1 die folgende Gütefunktion benutzt:

Gütefunktion

$$\begin{aligned}
 J = & k_{\vartheta_1} (\vartheta(t_1) - \vartheta_1)^2 + k_{n_1} (n(t_1))^2 \\
 & + k_{\psi_1} \left[\psi_{1\alpha}^2(t_1) + \psi_{2\alpha}^2(t_1) + (\psi_{1\beta}(t_1) - \psi_{1\beta 1})^2 + (\psi_{2\beta}(t_1) - \psi_{2\beta 1})^2 \right] \\
 & + \int_0^{t_1} \left\{ k_t \cdot 1 + K_{\psi}(t) \left[\psi_{1\alpha}^2(t) + \psi_{1\beta}^2(t) - \psi_{1\max}^2 \right] \right. \\
 & \quad + K_n(t) \left[n(t) - n_G(t) \right] + K_{dMG}(t) \left[|d_M(t)| - d_{MG}(t) \right] \\
 & \quad \left. + K_{dMs}(t) \left[d_M(t) - d_{Ms}(t) \right]^2 \right\} dt \quad (8.1)
 \end{aligned}$$

mit $k_{\vartheta_1} \geq 0$, $k_{n_1} \geq 0$, $k_{\psi_1} \geq 0$, $k_t \geq 0$

und $K_{\psi}(t) = \begin{cases} k_{\psi} > 0 \text{ für } \psi_{1\alpha}^2(t) + \psi_{1\beta}^2(t) > \psi_{1\max}^2 \\ 0 \text{ sonst} \end{cases}$

$K_n(t) = \begin{cases} k_n > 0 \text{ für } n(t) > n_G(t) \\ 0 \text{ sonst} \end{cases}$

$K_{dMG}(t) = \begin{cases} k_{dMG} > 0 \text{ für } |d_M(t)| > d_{MG}(t) \\ 0 \text{ sonst} \end{cases}$

$K_{dMs}(t) = \begin{cases} k_{dMs} > 0 \text{ für } K_{\psi}(t) = 0 \\ 0 \text{ sonst.} \end{cases}$

Die zur Begrenzung dienende Grenzkurve $n_G(t)$ wird gleichzeitig zur Einhaltung der Randbedingungen bei $t = t_1$ mit herangezogen und entsprechend dem Fortgang der Rechnung und damit verbundener Verkleinerung der Rechenzeit t_1 mitgeführt: Bild 8.1. Die Drehmomentbegrenzung mit Hilfe der Grenzkurve $d_{MG}(t)$ ist wiederum nur im Zeitbereich bei $t \approx t_1$ wirksam. (Vgl. Kapitel 7.4.5, Bild 7.14)

Der Anteil der Gütefunktion $\int_0^{t_1} K_{dMs}(t) \left[d_M(t) - d_{Ms}(t) \right]^2 dt \quad (8.1a)$

dient zur Konvergenzerleichterung, wie dies auch bei dem Beschleunigungsvorgang in Abschnitt 7.4.1 bereits betrachtet wurde. Bedingt durch den hier vorliegenden komplexeren Bewegungsablauf ist eine differenziertere Definition der Sollfunktion $d_{Ms}(t)$ erforderlich. Diese Definition soll in Bild 8.1 erläutert werden.

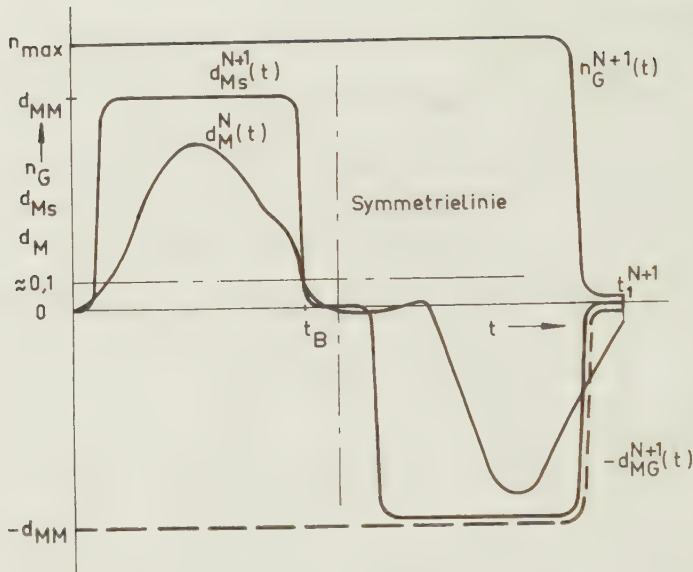


Bild 8.1 Definition der Sollfunktion für das Drehmoment $d_{Ms}(t)$, die Drehmomentengrenzfunktion $d_{MG}(t)$ und die Drehzahlgrenzkurve $n_G(t)$ für den $N+1$ -ten Rechenzyklus

Entsprechend dem Fortgang der Iterationsrechnung mit der damit verbundenen Änderung der Zeitfunktion des Drehmomentes $d_M(t)$ und der Verkürzung der Rechenzeit t_1 wird die Funktion $d_{Ms}(t)$ vor jedem Rechenzyklus neu festgesetzt. Der mit der Zeit t_B markierte Endpunkt der Beschleunigungsphase, bei welchem gilt: $d_M^N(t) \approx 0,1$ dient zur Festlegung der abfallenden Flanke von $d_{Ms}^{N+1}(t)$. Über die Symmetrielinie, die sich durch den aktuellen Wert t_1^N ermitteln läßt, kann dann die Lage der Bremsphase für $d_{Ms}^{N+1}(t)$ festgelegt werden. Der Wert d_{MM} wird so groß festgesetzt, daß er stets größer als der maximal überhaupt erreichbare Wert für $d_M(t)$ ist: $d_{MM} > \max \{|d_M(t)|\}, 0 \leq t \leq t_1$.

Mit Hilfe dieses Terms zur Konvergenzerleichterung wird zum einen erreicht, daß das Drehmoment während der Beschleunigungsphase gut aufgebaut wird. Zum anderen wird die Vorverlagerung der Bremsphase während des Iterationsprozesses bei kleiner werdender Rechenzeit t_1 erleichtert. Durch die besondere Definition der Bewertungsfunktion $K_{dMs}(t)$ wird deut-

lich, daß der gesamte Term zur Konvergenzerleichterung nur dort wirksam sein darf, wo noch keine Überschreitung der Grenze $\Psi_{1\max}$ durch den Ständerfluß vorliegt, wo also gilt: $\Psi_1(t) < \Psi_{1\max}$.

Besonders zu betonen ist wiederum, daß der Term zur Drehmomentbegrenzung ($|d_M(t)| - d_{MG}(t)$) linear in der Gütefunktion erscheint, wohingegen der Term $(d_M(t) - d_{MS}(t))^2$ mit dem Quadrat eingeführt ist. Dadurch ist bei Annahme gleichgroßer Werte für k_{dMG} und k_{dMS} der Begrenzungsterm wesentlich schärfer wirksam. Es wird deutlich, daß die Erfüllung der Randbedingung für die Drehzahl $n(t) \equiv 0$ für $t \geq t_1^*$ durch mehrere, nämlich die mit k_{n1} , k_{Ψ_1} , $K_n(t)$, $K_{dMG}(t)$ und $K_{dMS}(t)$ verknüpften Terme in der Gütefunktion forciert wird. Diese gewissermaßen redundante Anlage wirkt sich positiv auf das Konvergenzverhalten am Rand bei $t = t_1$ aus.

In Kapitel 9 wird bei der Betrachtung des Konvergenzverhaltens insbesondere auf die Notwendigkeit spezieller Maßnahmen zur Konvergenzerleichterung bei Drehwinkelaufgaben eingegangen.

Die aus den Erweiterungen der Gütefunktion und der Systemgleichung resultierenden Ergänzungen der Hamiltonfunktion und des Adjungierten Systems sind unerheblich und brauchen deshalb nicht gesondert wiedergegeben zu werden. Auch die Festlegung der Randwerte für $\lambda(t_1)$, den Iterationsschritt $\Delta u(t)$ und der neuen Endzeit t_1^{N+1} erfolgt ganz analog zu der in Kapitel 7 vorgestellten Weise.

Zur notwendigen Reduktion des Aufwandes an Rechenkomponenten wurden alle nachfolgenden Beispiele mit einem konstanten gesättigten Wert für den totalen Streukoeffizienten $\sigma = 0,0825$ (für $i_1 = 4$) gerechnet, da bei den hier zu untersuchenden Vorgängen hinsichtlich der Strombelastung die gleichen Verhältnisse wie in den Beispielen (ohne Stromminimierung) des Kapitels 7 vorliegen.

8.2 Drehwinkelvorgänge mit bzw. ohne Drehzahlbegrenzung

Im folgenden Abschnitt sollen drei charakteristische Berechnungsbeispiele vorgestellt werden. Die Beispiele unterscheiden sich dabei primär durch die jeweilige Größe des zu verfahrenen Drehwinkels. Von besonderem Interesse ist das Verdrehen um kleine Drehwinkel (z.B. $\vartheta_1 < 2\pi$),

da hier die einzelnen Bewegungsabschnitte dicht aufeinanderfolgen und ineinanderfließen. Nur beim Verdrehen des Läufers um mehrere Umdrehungen ist zu erwarten, daß durch die Fahrt an der Drehzahlgrenze eine deutliche Trennung der einzelnen Bewegungsphasen erreicht wird. Hierbei ist dann auch ein weitgehender Vergleich mit den im letzten Kapitel gewonnenen Ergebnissen möglich.

Die Startfunktionen für die Optimierungsrechnungen wurden durch stetige cos-förmige Funktionen, vergleichbar den Verläufen für $\hat{u}_1^0(t)$ und $\omega_1^0(t)$ aus Bild 7.16, für den Beschleunigungsvorgang und für den Bremsvorgang gebildet.

Beispiel 13

Es soll ein zeitoptimaler Drehwinkelvorgang von den

Anfangsbedingungen $\vartheta(0) = 0$, $n(0) = 0$, $\underline{\psi}_1(0) = -j1$, $\underline{\psi}_2(0) = -j0,96$
auf den

Enddrehwinkel $\vartheta_1 = 4 \cdot (2\pi) \hat{=} 4$ Umdrehungen

betrachtet werden. Es liegen die

Grenzwerte $\psi_{1\max} = 1,4$ und $n_{\max} = 1$ vor.

Wie die in Bild 8.2 aufgetragenen Ergebnisse zeigen, ergibt sich die zu erwartende Aufteilung des Bewegungsvorganges in die bekannten drei Bewegungsabschnitte. Die einzelnen Details in dem Bewegungsablauf und in den Steuerfunktionen stimmen mit den jeweiligen Berechnungen des vorigen Kapitels überein, so daß sich hier eine weitergehende Diskussion der Ergebnisse erübrigt. Die etwas erhöhte Ständerspannung bei $t \approx 60$ msec resultiert aus einer erhöhten Spannungsvorgabe $\hat{u}_1^0(t)$ und hat einen leicht erhöhten Leerlaufstrom im Zeitbereich der Fahrt an der Drehzahlgrenze zur Folge.

Beispiel 14

Es wird der zeitoptimale Übergangsvorgang des Drehwinkels vom

Anfangsdrehwinkel $\vartheta(0) = 0$ bei $n(0) = 0$, $\underline{\psi}_1(0) = -j1$, $\underline{\psi}_2(0) = -j0,96$
auf die

Endlage $\vartheta_1 = 5(2\pi) \hat{=} 5$ Umdrehungen betrachtet.

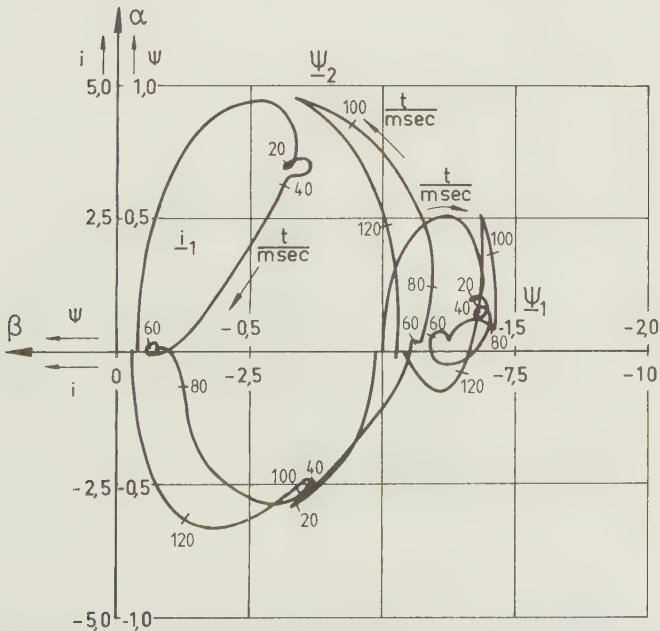
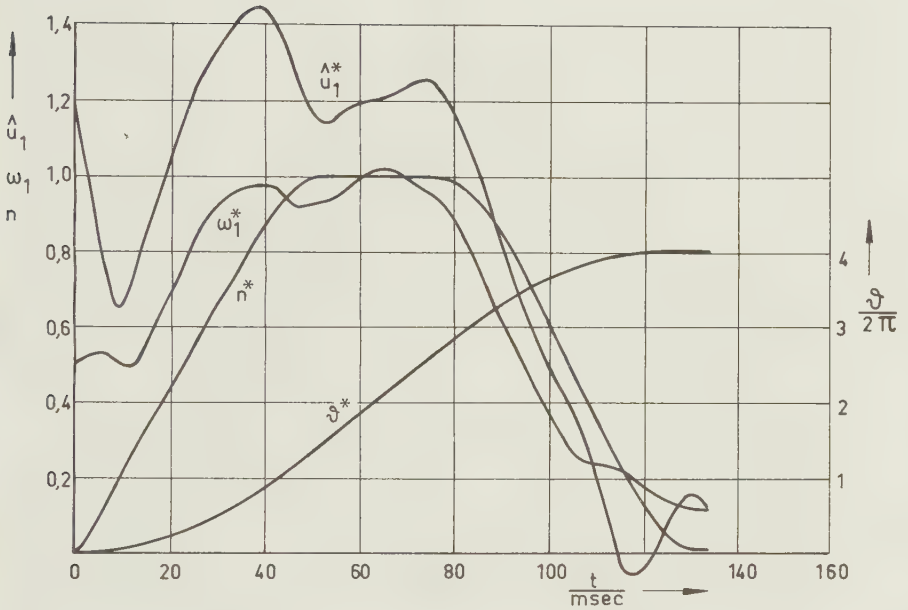


Bild 8.2 Zeitoptimale Führung des Drehwinkels auf $\psi_1 = 4 \cdot (2\pi)$ bei Drehzahlbegrenzung auf $n_{\max} = 1$ (Beispiel 13)

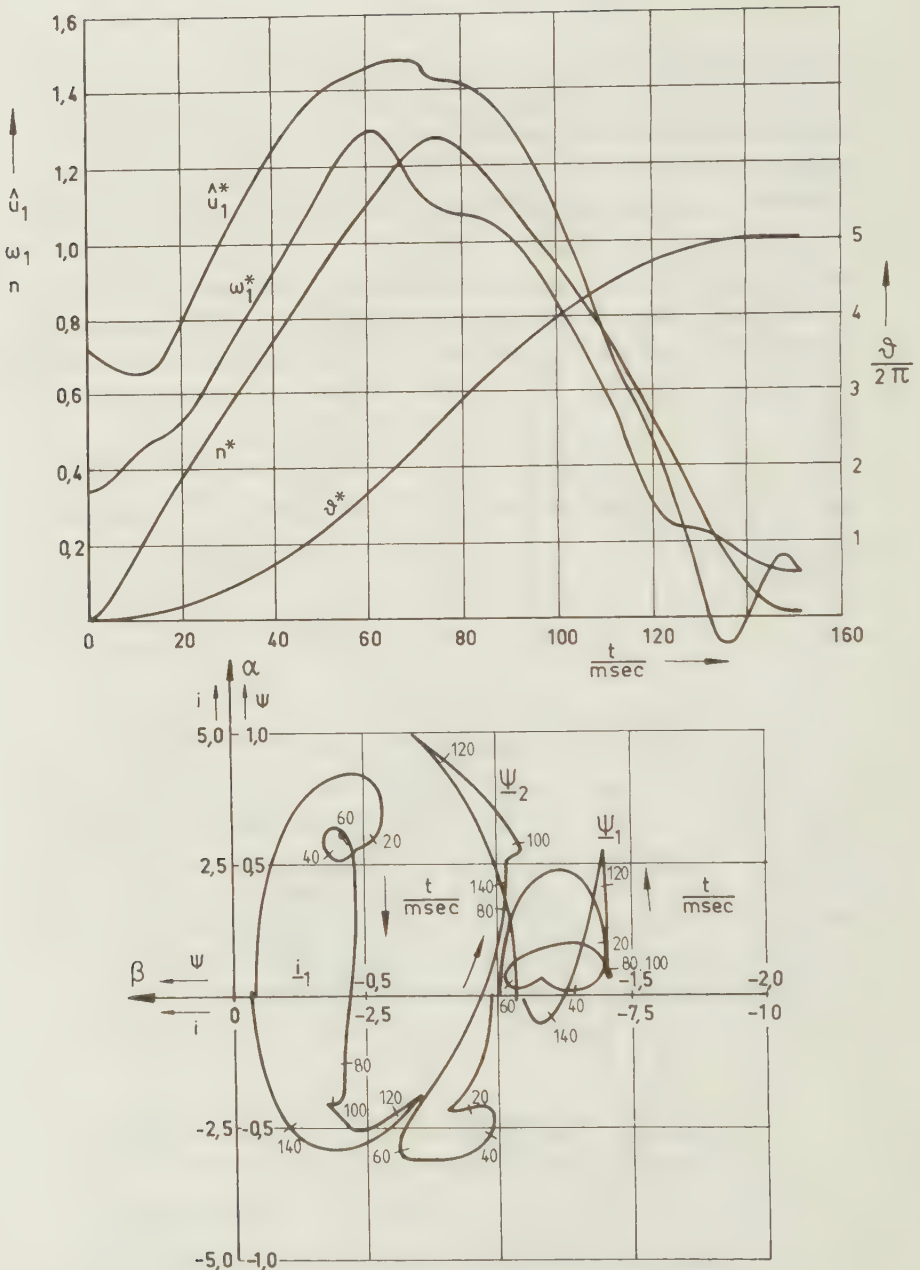


Bild 8.3 Zeitoptimale Führung des Drehwinkels auf $\vartheta_1 = 5 \cdot (2\pi)$ ohne Drehzahlbegrenzung (Beispiel 14)

Es seien die

Grenzwerte $\Psi_{1\max} = 1,4$ und $n_{\max} = 1,4$ gegeben.

Die Ergebnisse der Rechnung sind in Bild 8.3 aufgetragen.

Bei der Berechnung dieses Beispiels wurde angenommen, daß es zulässig ist, den Motor auch oberhalb seiner Nenndrehzahl zu betreiben. Da die vorgegebene Drehzahlgrenze gar nicht erreicht wird, zeigen die Ergebnisse nur die ausgeprägten Bewegungsphasen der Beschleunigung, der Drehmomentumkehr und des Abbremsens. Der Vorgang der Drehmomentumkehr ist insofern bemerkenswert, als hier an stetigen Zeitverläufen betrachtet werden kann, welche Zeitverzögerungen sich vom Einleiten des Vorganges durch das Absenken von $\omega_1(t)$ bis zur vollendeten Drehmomentumkehr mit dem Erreichen des stationären Bremsmomentes einstellen. Zur Verdeutlichung ist dieser Zeitbereich in Bild 8.4 nochmals herausgezeichnet. Dabei erkennt man, daß der Gesamtvorgang ca. 25 msec in Anspruch nimmt. Zwischen den beiden ausgezeichneten Punkten $\omega_2(t_I) = 0$ und $d_M(t_{II}) = 0$ tritt eine Verzögerungszeit von $t_v = t_{II} - t_I \approx 8$ msec auf. Diese bei optimaler Maschinenführung erreichbaren Zeiten sind sehr kurz, wie ein Vergleich mit der Streuzeitkonstante T_G , welche bei Betrieb mit $\Psi_2 = \text{konst}$ gilt, zeigt. Die Streuzeitkonstante T_G (vgl. Gleichung (11.3)), welche für die Verstellung der Ständerstromkomponente $i_{1\alpha}$ maßgebend ist, beträgt im vorliegenden Fall 17,5 msec. Wie der Verlauf der Raumzeiger in Bild 8.4 zeigt, erfolgt die Drehmomentumkehr durch schnelle Änderung der Wirkstromkomponente $i_{1\alpha}$, während $i_{1\beta}$ und Ψ_1 nahezu unverändert bleiben.

Bei den bisher betrachteten Beispielen konnten die Bewegungsvorgänge noch klar in die Grundphasen der Bewegung: Drehmomentaufbau, Beschleunigung bei konstantem Drehmoment, Drehmomentabbau usw. gegliedert werden. Zum Teil lassen sich für die Auswertung dieser Einzelvorgänge die bereits früher gewonnenen Ergebnisse anwenden. Bei der Betrachtung der antriebs-technisch ebenfalls bedeutsamen Frage nach kleinen Drehwinkeländerungen ist dies nun nicht mehr in dem Maße gegeben, wie das nachfolgende Beispiel zeigen soll.

Beispiel 15

Es werde das Verdrehen des Motorläufers auf den

Enddrehwinkel $\vartheta_1 = 0,6 \cdot (2\pi) \hat{=} 0,6$ Umdrehungen betrachtet.

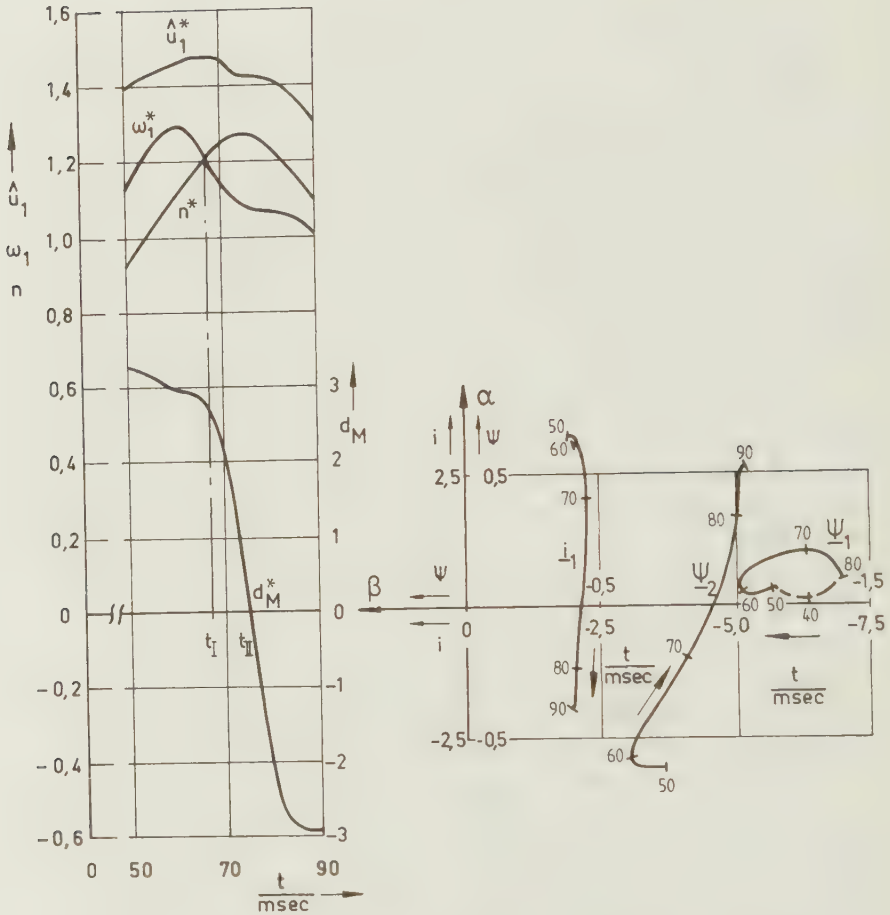


Bild 8.4 Drehmomentumkehr mit der dazu nötigen Führung von $\hat{u}_1(t)$ und $\omega_1(t)$ und den Bewegungen der Raumzeiger $\underline{\psi}_1(t)$, $\underline{\psi}_2(t)$ und $\underline{i}_1(t)$.
Der Vorgang entspricht Beispiel 15, Bild 8.6

Dieses Beispiel Bild 8.5) zeigt deutlich die individuelle Gestalt des Bewegungsvorganges mit kleiner Drehwinkelveränderung. Dieser Vorgang ist nicht mehr in Einzelphasen teilbar und entzieht sich damit einer Systematisierung (vgl. Kap. 10).

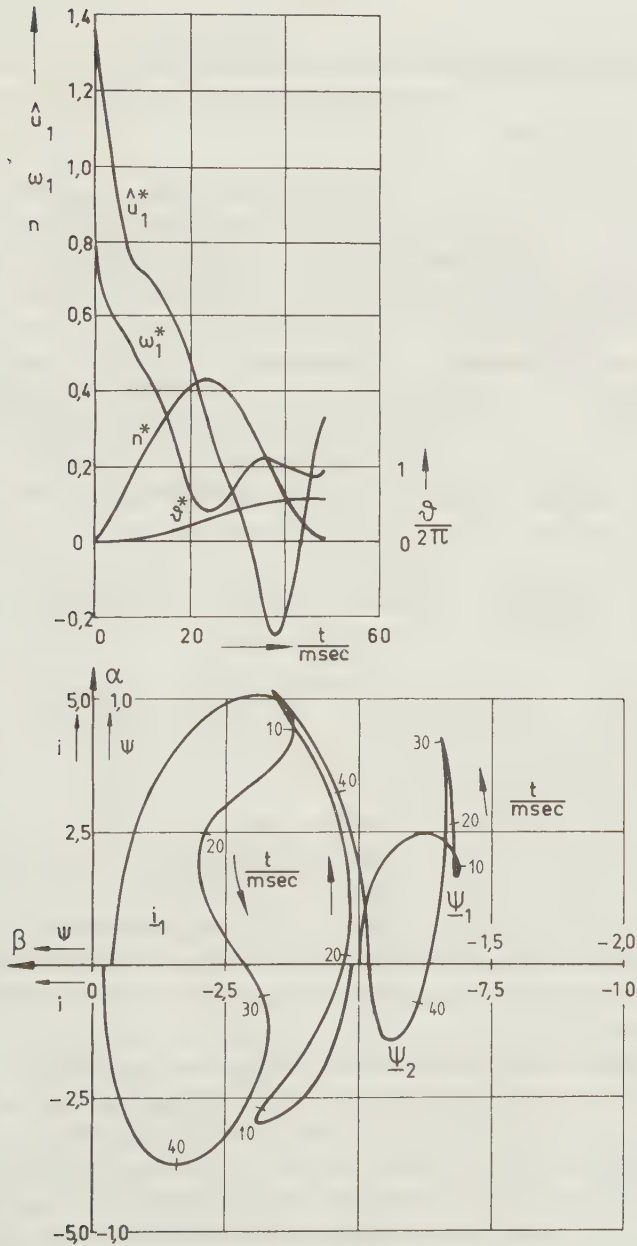


Bild 8.5 Zeitoptimale Führung des Drehwinkels auf $\vartheta_1 = 0,6 \cdot (2\pi)$
(Beispiel 15)

9. Untersuchung des Konvergenzverhaltens

9.1 Vorbemerkung

In den beiden letzten Kapiteln wurde die Berechnung optimaler Lösungen für zwei wichtige Fragestellungen aus der Antriebstechnik vorgestellt. Dabei konnte auf die Betrachtung des Konvergenzverhaltens des gesamten Optimierungsprozesses nur am Rande eingegangen werden. Die Betrachtung der Probleme, die mit dem in Abschnitt 7.1 definierten Oberbegriff Konvergenzverhalten umschrieben werden können, soll nun in diesem Kapitel durchgeführt werden. Dabei sind die Fragen größtenteils allgemeiner Natur, wenngleich das eine oder andere Problem je nach Lage der Optimierungsaufgabe mehr oder weniger stark zu Tage tritt. Zur Erläuterung wird jeweils auf Beispiele aus den letzten beiden Kapiteln zurückgegriffen, bei denen die angesprochene Problematik besonders deutlich in Erscheinung trat.

Im einzelnen lassen sich folgende Teilaspekte nennen, die besonderen Einfluß auf das Konvergenzverhalten haben:

1. die Formulierung der Gütefunktion,
2. die Gewichtung der zum Teil konkurrierenden Anteile der Gütefunktion,
3. die Festlegung der Startfunktion,
4. die Begrenzungen von Zustandsvariablen.

Die hier angesprochenen Teilaspekte beeinflussen das Konvergenzverhalten nicht isoliert, sondern sind mehr oder weniger stark miteinander verknüpft. Aus diesem Grunde können sie auch nicht getrennt voneinander behandelt werden. Das in der Literatur genannte gute Konvergenzverhalten des Gradientenverfahrens wird auch bei dem hier vorliegenden komplexen System bestätigt. Insbesondere zu Beginn des Iterationsprozesses werden die Lösungen auch bei ungünstigen Startfunktionen zügig in Richtung auf eine Minimierung der Gütefunktion verändert. Wie gezielt die Steuerfunktionen durch das Gradientenverfahren Schritt für Schritt verbessert werden, soll an einem einfachen Demonstrationsbeispiel zur Berechnung eines optimalen Beschleunigungsvorganges der Drehzahl auf $n(t_1) = n_1 = 1$ bei Rechnung mit fester Endzeit t_1 verdeutlicht werden. Des weiteren soll mit diesem Beispiel die Notwendigkeit der Formulierung von Grenz-

bedingungen unterstrichen werden. Die Gütefunktion ist so einfach wie möglich gehalten und besteht nur aus einem Term:

$$J = \int_0^{t_1} (n(t) - n_1)^2 dt \quad (9.1)$$

Dieser Term ist bereits aus den Beispielen des Kapitels 7 bekannt. Die Ergebnisse der Rechnung sind in Bild 9.1 gezeigt, wobei zur besseren Verdeutlichung der einzelnen Details ein etwas größerer Zeitmaßstab gewählt wurde. Es sind die Ergebnisse jedes Iterationsschrittes wiedergegeben. Dabei lassen sich folgende Feststellungen treffen:

1. Das Gradientenverfahren sorgt Schritt für Schritt für eine deutliche Verbesserung des Hochlaufvorganges.
2. Der Iterationsprozeß kommt nicht zum Stillstand. Dies ist durch das Fehlen jeglicher Begrenzung begründet.
3. Von einem bestimmten Punkt an werden die Ergebnisse technisch sinnlos, da sie insbesondere auf Grund der fortschreitenden Flußerhöhung praktisch nicht mehr von Bedeutung sind.

Durch Vergleich dieser Ergebnisse mit denen aus früheren Beispielen des Kapitels 7 läßt sich folgende Schlußfolgerung ziehen:

Ist nur ein wesentlicher Teil in der Gütefunktion wirksam, so erfolgt durch das Gradientenverfahren eine sehr gezielte Verbesserung des Übergangsvorganges. Aber erst durch das Zusammenwirken mehrerer konkurrierender Terme in der Gütefunktion, z.B. dem Term zur Drehzahlverbesserung in Konkurrenz zum Term der Flußbegrenzung ergibt sich ein Stillstand des Optimierungsprozesses. Dieser Stillstand, gekennzeichnet durch $\Delta u(t) \rightarrow 0$ am Minimum der Gütefunktion ist notwendig für die Erreichung des Optimums.

Unter ungünstigen Voraussetzungen (z.B. bei "schlechten" Startfunktionen) kann es allerdings durch das Zusammenwirken mehrerer konkurrierender Terme zu einem Stillstand des Iterationsprozesses kommen, obwohl das Optimum aus antriebstechnischer Sicht noch nicht erreicht ist. Aus der Sicht der Optimierungstheorie läßt sich dieses Verhalten dadurch begründen, daß es neben dem Hauptminimum der Gütefunktion bei entsprechend kompliziertem Aufbau mehrere Nebenminima geben kann. Liegt eine Lösung der Rechnung im Bereich eines solchen Nebenminimums vor, so

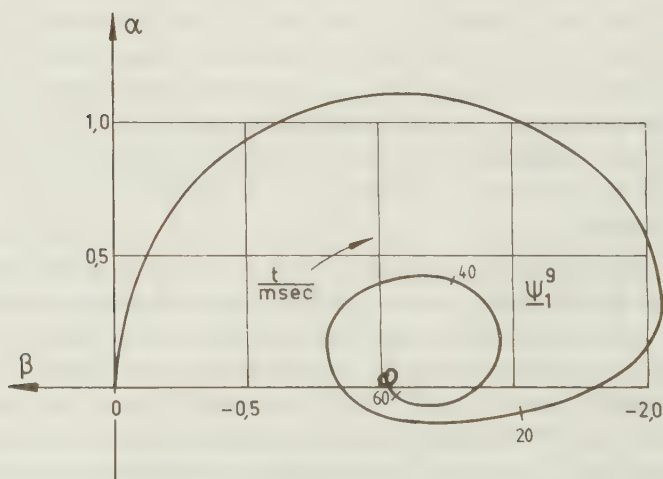
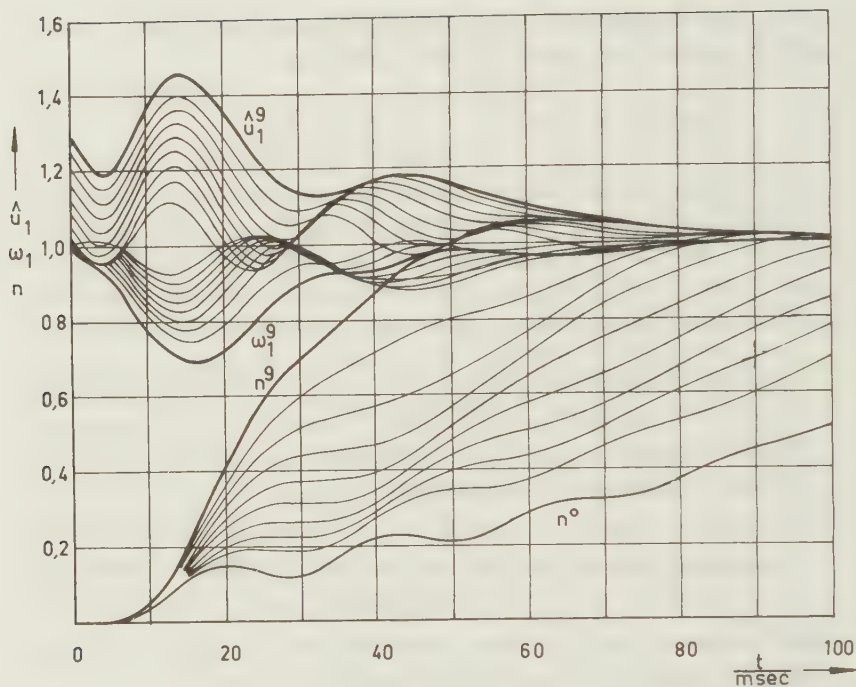


Bild 9.1 Fortgang der Iterationsrechnung bei der Rechnung mit der elementaren Gütefunktion Gleichung (9.1)

kommt der Iterationsprozeß auch dort zum Stillstand. Die Frage, ob ein Haupt- oder Nebenminimum vorliegt, muß durch eine physikalisch-technische Beurteilung der Ergebnisse geklärt werden. Neben dieser Beurteilung ist eine einfache Möglichkeit, die Gültigkeit der aus einer Rechnung gewonnenen Ergebnisse zu überprüfen, dadurch gegeben, daß Rechnungen mit verschiedenen Startfunktionen durchgeführt werden. Das Ziel muß dann sein, die Gütefunktion so eindeutig zu formulieren, daß auch bei Rechnung mit unterschiedlichen Startfunktionen übereinstimmende Ergebnisse erzielt werden und ein "Hängenbleiben" des Iterationsprozesses in Nebenminima verhindert wird. Der Behandlung dieser Probleme dient das nachfolgende Kapitel.

9.2 Die Wirkung verschiedener Anteile der Gütefunktion auf den Iterationsprozeß

Um Probleme, die bei der Durchführung von Iterationsrechnungen zur Optimierung dynamischer Prozesse auftreten, richtig beurteilen zu können, ist es erforderlich, die Wirkung der einzelnen Anteile der Gütefunktion zu betrachten, die diese auf den Fortgang des Iterationsprozesses ausüben. Besonders für den Fall, daß auf Grund von Konvergenzschwierigkeiten eine Abhilfe in geeigneter Form gefunden werden muß, ist diese Betrachtung wichtig. Die verschiedenen Terme der Gütefunktion erfüllen jeweils ganz spezifische Aufgaben:

- Festlegung des Optimierungszieles,
- Erfüllung der Randwerte,
- Einhaltung der Begrenzungen.

Für den Fortgang der Iterationsrechnung ist entscheidend, wie wirksam die einzelnen Terme sind. Dabei hängt es auch in starkem Maße von der Wahl der Startfunktion $\underline{u}^0(t)$ und den daraus resultierenden Startlösungen $\underline{x}^0(t)$ ab, welche Terme den Fortschritt des Iterationsprozesses hauptsächlich bestimmen. Auch die Frage, ob mit fester oder freier Endzeit t_1 gerechnet wird, spielt hierbei mit der daraus resultierenden jeweiligen Gestalt der Gütefunktion eine wesentliche Rolle. An einem Beispiel, bei dem all die angesprochenen Aspekte besonders deutlich in Erscheinung treten, soll nun die Wirkung ausgewählter charakteristischer Terme der

Gütefunktion bei Rechnung mit freier Endzeit t_1 näher betrachtet werden. Eine Ausweitung auf andere Beispiele und spezielle Gütefunktionen ist leicht möglich.

Es werde ein zeitoptimaler Drehwinkelvorgang auf $\vartheta(t_1) = \vartheta_1$ ähnlich dem Vorgang in Beispiel 13 gesucht, wobei die deutliche Trennung der drei Bewegungsphasen: Beschleunigung, Fahrt an der Drehzahlgrenze, Bremsvorgang vorliege. Dabei soll die Wirkung der folgenden Hauptterme der Gütefunktion (Gleichung (8.1)) betrachtet werden:

$$k_{\vartheta_1}(\vartheta(t_1) - \vartheta_1)^2,$$

$$k_{n_1}(n(t_1))^2,$$

$$\int_0^{t_1} K_{dMG}(t) [|d_M(t)| - d_{MG}(t)] dt$$

und

$$\int_0^{t_1} K_{\psi}(t) [\psi_{1\alpha}^2(t) + \psi_{1\beta}^2(t) - \psi_{1max}^2] dt.$$

Alle anderen Terme seien durch Nullsetzen der entsprechenden Konstanten jeweils wirkungslos. Je nach Wahl der Startfunktionen $\hat{u}_1^0(t)$ und $\omega_1^0(t)$ sowie der Startzeit t_1^0 und den damit verbundenen Startlösungen $n^0(t)$ und $\vartheta^0(t)$ mit dem Randwert $\vartheta^0(t_1^0)$ ergeben sich die beiden möglichen Fälle

Fall I : $\vartheta^0(t_1^0) < \vartheta_1$ oder

Fall II: $\vartheta^0(t_1^0) \geq \vartheta_1$.

Damit sind zwei unterschiedliche Varianten vorgegeben, nach denen die Lösungen je Iterationsschritt fortschreiten müssen. Diese Varianten sind schematisch in Bild 9.2 bzw. Bild 9.5 aufgezeigt, wobei das Fortschreiten der Lösungen im

Fall I zunächst mit fester Endzeit $t_1^{N+1} = t_1^N$ und im

Fall II mit kleiner werdender Endzeit $t_1^{N+1} < t_1^N$ erfolgen möge.

Fall I:

Bei dieser Variante (Bild 9.2) muß der Fortschritt im Iterationsprozeß

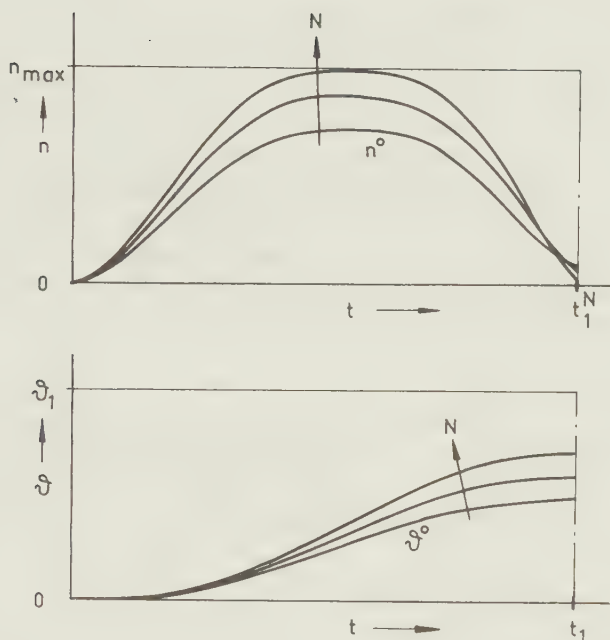
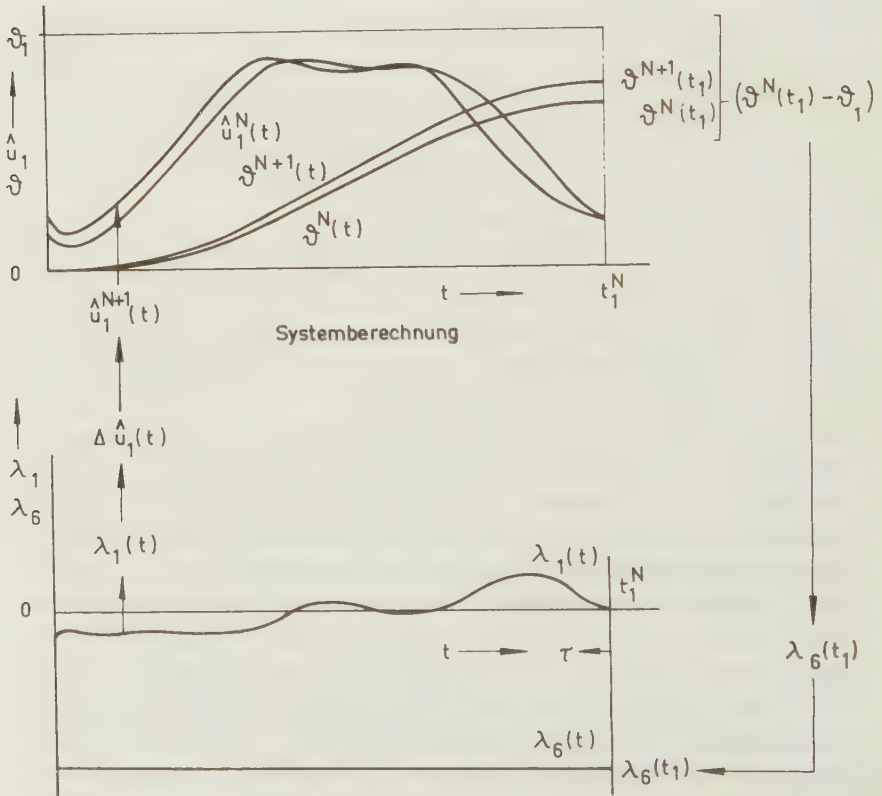


Bild 9.2 Notwendiges Fortschreiten (Konvergenzrichtung) der Systemlösungen $n(t)$ und $\psi(t)$ bei $\psi(t_1) < \psi_1$

durch eine betragsmäßige Vergrößerung des Drehmomentes während der Beschleunigungs- bzw. Bremsphase erreicht werden. Dies kann nur so weit erfolgen, bis die Flußbegrenzung eine weitere Vergrößerung des Drehmomentbetrages verhindert. Daneben muß ggf. eine Vergrößerung der Beschleunigungs- und Bremszeit erreicht werden, bis der Maximalwert der Drehzahl den zulässigen Grenzwert erreicht. Ein Fortschreiten der Iterationsrechnung ausschließlich nach dieser Variante kann damit nur dann zur optimalen Lösung führen, falls durch Zufall $t_1^N = t_1^*$ getroffen wurde. Für $t_1 < t_1^*$ kann keine Konvergenz mehr erfolgen, da die Randwertbedingungen oder Grenzwerte nicht erfüllt werden können. Für $t_1 > t_1^*$ muß die Rechnung entsprechend der noch zu betrachtenden Variante II fortgesetzt werden.

Die Wirkung des Terms $k_{\vartheta_1}(\vartheta(t_1) - \vartheta_1)$

Der Hauptantrieb für die Konvergenz ist in diesem Fall durch die Abweichung $\vartheta(t_1) - \vartheta_1$ gegeben, woraus $\lambda_6(t_1) \neq 0$ resultiert. Die gewünschte Anhebung der Drehmomente erfordert primär eine Erhöhung der Spannungsamplitude $\hat{u}_1(t)$. Der Einfachheit halber werde in allen Fällen nur die Wirkung auf $\hat{u}_1(t)$ betrachtet. Diese Erhöhung kann nur durch $\Delta \hat{u}_1(t) = -K \lambda_1(t)$ Gleichung (7.10.1) bewirkt werden. Mit der um $\Delta \hat{u}_1(t)$ verbesserten Amplitude der Ständerspannung ergibt sich dann eine Verbesserung für $\vartheta^{N+1}(t_1) > \vartheta^N(t_1)$: Bild 9.3



Adjungierte Systemberechnung

Bild 9.3 Schematischer Verlauf ausgewählter Funktionen zur Erzielung einer Konvergenzrichtung nach Bild 9.2

Die in Bild 9.3 gezeichneten Funktionen ergeben sich dabei durch Berechnung der Systemlösungen des Asynchronmotors und des Adjungierten Systems: Bild 9.4.

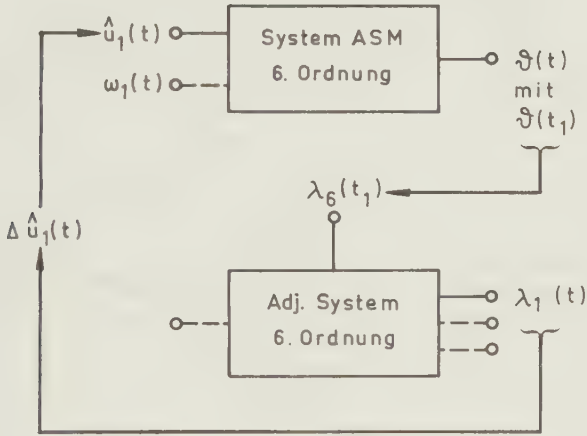


Bild 9.4 Wirkungskreis für die Erzielung einer Konvergenzrichtung nach Bild 9.2

Der geschlossene Kreis, der sich somit für die Wirkung dieses Terms auf das Optimierungsverfahren einstellt, soll hier als Wirkungskreis bezeichnet werden. Dieser Wirkungskreis kann als Gesamtsystem von $2 \times 6 = 12$ -ter Ordnung aufgefaßt werden.

Fall II

Die Wirkung der Terme $k_{n1}(n(t_1))^2 + \int_0^{t_1} K_{dMG}(t) [|d_M(t)| - d_{MG}(t)] dt$

Bei der in Bild 9.5 schematisch angedeuteten Richtung des Fortschreitens der Systemlösung während des Iterationsprozesses muß mit einer Verkleinerung der Rechenzeit $t_1^{N+1} < t_1^N$ eine Vorverlagerung der gesamten Bremsphase verbunden sein. Da in der Gütefunktion Gleichung (8.1) keine Terme zur Konvergenzerleichterung wirksam seien, wird sofort deutlich,

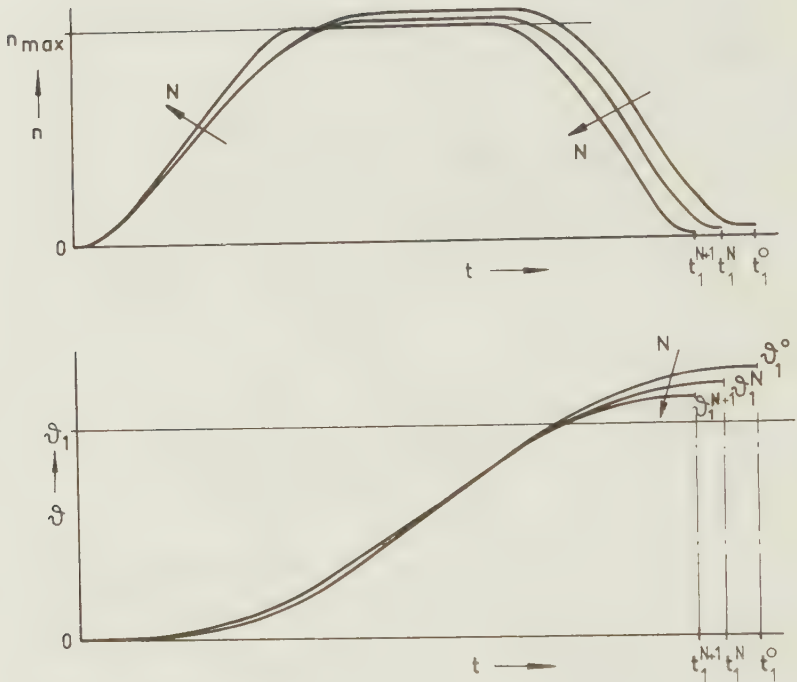


Bild 9.5 Notwendiges Fortschreiten der Systemlösungen $n(t)$ und $S(t)$ bei $S(t_1) > S_1$

daß ein Fortschritt der Iterationsrechnung nur erfolgen kann, falls irgendwelche Randwerte bei $t = t_1$ nicht erfüllt sind, da nur dann $\lambda(t_1) \neq 0$ resultiert. Alle Impulse, die letztlich zu einer Verbesserung der Lösungen führen sollen, gehen also auch hier von den nicht erfüllten Randwerten des Systems bei $t = t_1$ und der daraus folgenden Vorgabe für $\lambda(t_1)$ und der Ansteuerung bei $t < t_1$ aus.

Die "treibende Kraft" des Iterationsvorganges wird in diesem Fall durch die sich nach Verkürzung der Rechenzeit $t_1^{N+1} < t_1^N$ einstellenden Fehler in den Randwerten $d_M(t_1) \neq 0$ und $n(t_1) \neq 0$ bestimmt. Aus $n(t_1) \neq 0$ resultiert $\lambda_5(t_1) \neq 0$. $d_M(t_1) \neq 0$ wirkt bei der hier formulierten Gütefunktion entsprechend der Straffunktion in Gleichung (8.1) direkt auf $\frac{d}{d\tau} \lambda_1(\tau), \dots, \frac{d}{d\tau} \lambda_4(\tau)$ bei $\tau \approx 0$ bzw. $t \approx t_1$ ein.

Über $\Delta \hat{u}_1(t)$ (auch hier wird der Einfachheit halber nur die Spannungsamplitude herausgegriffen) wirkt sich nun die Verbesserung der Amplitude $\hat{u}_1^{N+1}(t)$ auf eine Reduzierung des Randwertfehlers bei $n(t_1)$ und $d_M(t_1)$ aus. Dies ergibt damit den in Bild 9.6 dargestellten schematischen Zyklus. Es wird deutlich, daß die resultierenden Wirkungskreise nur von $2 \times 5 = 10$ -ter Ordnung für die Drehzahl und näherungsweise $2 \times 4 = 8$ -ter Ordnung für das Drehmoment sind.

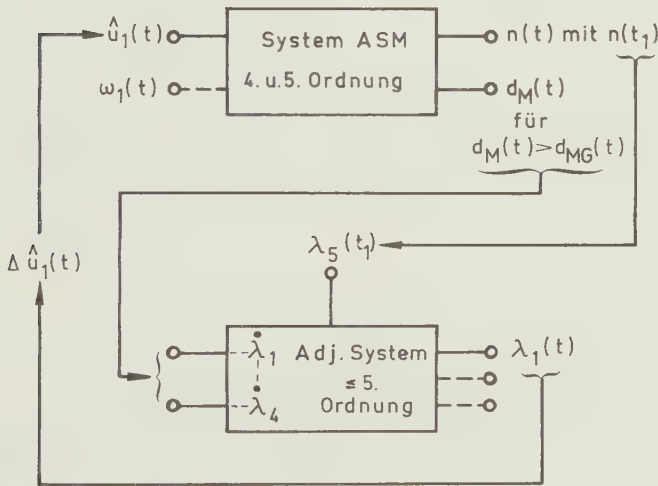


Bild 9.6 Wirkungskreis für die Erzielung einer Konvergenzrichtung nach Bild 9.5

Interessant am Rande ist hierbei, daß bei dieser Konvergenzrichtung der Hauptterm $(\vartheta(t_1) - \vartheta_1)$ zunächst gar nicht zur Verbesserung der Lösungen beitragen kann, da er auf Grund der Tatsache, daß $\vartheta(t_1) > \vartheta_1$ ist, zu einer Verkleinerung des Drehmomentes führen würde. Bei der Rechnung kann dies, solange $\vartheta(t_1) > \vartheta_1$ vorliegt, durch die Festlegung des Gewichtungsfaktors $k_{\vartheta_1} = 0$ verhindert werden.

Die Wirkung des Terms $K_\Psi(t) \int_0^{t_1} [\Psi_{1\alpha}^2 + \Psi_{1\beta}^2 - \Psi_{1\max}^2] dt$

Wie Gleichung (7.6) zeigt, wirkt die Straffunktion für die Ständerflußbegrenzung direkt auf $\frac{d}{dt} \lambda_1(\tau)$ und $\frac{d}{dt} \lambda_2(\tau)$ ein. Der "Zugriff" zu $\Delta \hat{u}_1(t)$ ist damit sehr direkt über ein System gegeben, welches man genähert als System 2. Ordnung ansprechen darf. Andererseits wirkt sich $\hat{u}_1(t)$ auf $\Psi_1(t)$ ebenfalls über ein genähert als System 2. Ordnung anzusehendes Ersatzsystem aus: Bild 9.7. Der Wirkungskreis für die Flußbegrenzung ist damit von näherungsweise $2 \times 2 = 4$ -ter Ordnung.

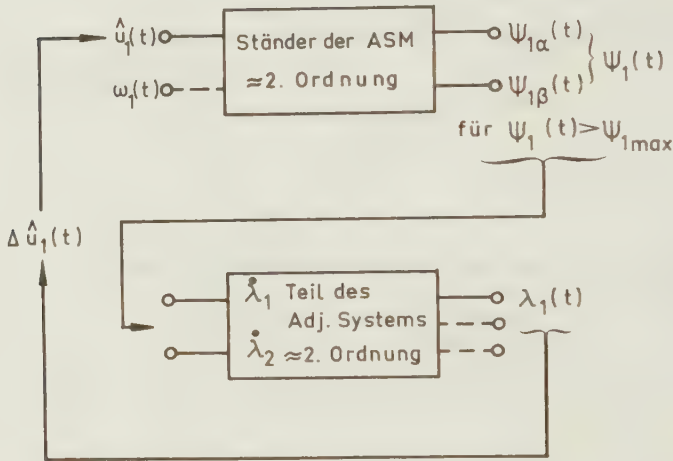


Bild 9.7 Wirkungskreis für die Straffunktion zur Einhaltung der Ständerflußgrenze

Zusammenfassung

Die in den Bildern 9.4, 9.6 und 9.7 dargestellten Wirkungskreise zeigen, daß diese von recht unterschiedlicher Ordnung sind. Weiterhin wird deutlich, daß der Eingriff der Terme, die sich auf die Erfüllung der Randwerte bei $t = t_1$ beziehen, auch nur bei $t \approx t_1$ erfolgt, während insbeson-

dere der Term zur Flußbegrenzung im gesamten Zeitintervall $0 \leq t \leq t_1$ wirksam ist und auch im gesamten Zeitintervall auf die Lösung des Adjungierten Systems einwirkt.

Es ist nun sofort einzusehen und wird durch die Beobachtungen an der Rechenanlage bestätigt, daß der Einfluß eines Terms der Gütefunktion auf den Iterationsprozeß um so größer ist, je kleiner die Ordnung seines resultierenden Wirkungskreises ist. Dies zeigt sich in besonderem Maße bei der guten Wirksamkeit des Terms zur Begrenzung des Ständerflusses. Einerseits ist dieser gute Zugriff der Begrenzungen sehr vorteilhaft und zur möglichst guten Einhaltung der Grenzen auch notwendig. Andererseits können sich aus dieser starken Wirkung der Flußbegrenzungsstraffunktionen erhebliche Schwierigkeiten beim Fortgang des Iterationsprozesses ergeben, wie bereits in der Vorbetrachtung zu diesem Kapitel angedeutet wurde. Im folgenden Abschnitt soll dies an zwei markanten Beispielen verdeutlicht werden.

9.2.1 Konvergenzprobleme bei Begrenzung von Zustandsgrößen und Rechnung mit unterschiedlichen Startfunktionen

In diesem Abschnitt soll an zwei Beispielen gezeigt werden, welche Konvergenzprobleme sich durch die notwendige Ständerflußbegrenzung ergeben können und wie diese Probleme behoben werden können. Weiterhin wird an dem ersten Beispiel verdeutlicht, wie sich die Wahl der Startfunktion auf den Iterationsprozeß auswirkt.

Zunächst werde entsprechend Beispiel 5 aus Kapitel 7.4.6, Bild 7.16 ein zeitoptimaler Hochlaufvorgang von $n(0) = 0$ auf $n_1 = 1$ betrachtet: Beispiel 5a: Es soll wieder der

Grenzwert $\psi_{1 \max} = 1,2$

eingehalten werden. Es wird wie in Beispiel 5 mit der Gütefunktion Gleichung (7.19) für Rechnung mit fester Endzeit t_1 gearbeitet. Es wird jedoch im Gegensatz zu Beispiel 5 die einfache Startfunktion

$$\hat{u}_1^0(t) = \omega_1^0(t) \equiv 1 \quad (9.2)$$

gewählt. Dabei tritt der in Bild 9.8 eingezeichnete Hochlaufvorgang

$n^0(t)$ auf. Nun stellt sich nach mehreren Iterationsschritten folgendes Problem ein: Bei den in Bild 9.8 mit (*) gekennzeichneten Kurven für $\hat{u}_1^{(*)}(t)$, $\omega_1^{(*)}(t)$ und $n^{(*)}(t)$ kommt der Iterationsprozeß zum Stillstand. Ein Vergleich dieser Lösungen mit den ebenfalls mit dem Grenzwert $\Psi_{1 \max} = 1,2$ durchgeführten Rechnungen in Beispiel 5, Bild 7.16 zeigt sofort deutlich, daß hier nicht von einem optimalen Beschleunigungsvorgang aus antriebstechnischer Sicht gesprochen werden kann. Dies wird insbesondere beim Vergleich des benötigten Ständerstromes $i_1^{(*)}(t)$ in Bild 9.8 unten (gestrichelt gezeichnet) zu $i_1(t)$ in Bild 7.16 offensichtlich.

Interessanterweise unterscheiden sich die Hochlaufzeiten bei beiden Rechnungen nur unwesentlich. Bei der hier vorgestellten Rechnung ist eine Verbesserung der Lösungen auch durch eine stärkere Bewertung des Anteiles $(n(t) - n_1)^2$ in der Gütefunktion nicht mehr erzielbar. Dies hat folgenden Grund: Es tritt bei Forcierung in der Iterationsrechnung durch stärkere Bewertung von $(n(t) - n_1)^2$ ein ausgeprägtes Alternieren zwischen zwei benachbarten Lösungen mit den zugehörigen Steuerfunktionen auf. Dieses Alternieren wird durch die beiden konkurrierenden Terme in der Gütefunktion, den Term $k_n(n(t) - n_1)^2$ einerseits und den Term für die Begrenzung des Flusses

$K_\Psi(t) (\Psi_{1\alpha}^2(t) + \Psi_{1\beta}^2(t) - \Psi_{1\max}^2)$ andererseits verursacht. Der Term $(n(t) - n_1)^2$ bewirkt in einem Rechenschritt z.B. eine Vergrößerung des Drehmomentes, womit ein leichtes Überschreiten des Grenzwertes für Ψ_1 verbunden ist. Daraufhin wird im nächsten Iterationsschritt der Term zur Flußbegrenzung wirksam, so daß die Flußüberschreitung abgebaut wird, was aber mit einer Drehmomenteinbuße verbunden ist. Im darauffolgenden Schritt gewinnt $(n(t) - n_1)^2$ wieder das Übergewicht und der Zyklus des Alternierens beginnt von vorn. Das Optimierungsverfahren ist dann nicht mehr in der Lage, eine weitere Verkleinerung der Gütefunktion herbeizuführen. Aus der Sicht der Optimierungsrechnung stellt die mit (*) bezeichnete Lösung in Bild 9.8 eine zu einem Nebenminimum der Gütefunktion gehörende nur als suboptimal zu bezeichnende Lösung dar.

Die modifizierte Startfunktion des Beispiels 5 aus Bild 7.16 lag bereits näher am Optimum und deshalb konnte der Prozeß dort gar nicht in das Nebenminimum einlaufen. Diese starke Abhängigkeit des Konvergenzverhaltens und der Lösungen von der Wahl der Startfunktionen ist natürlich

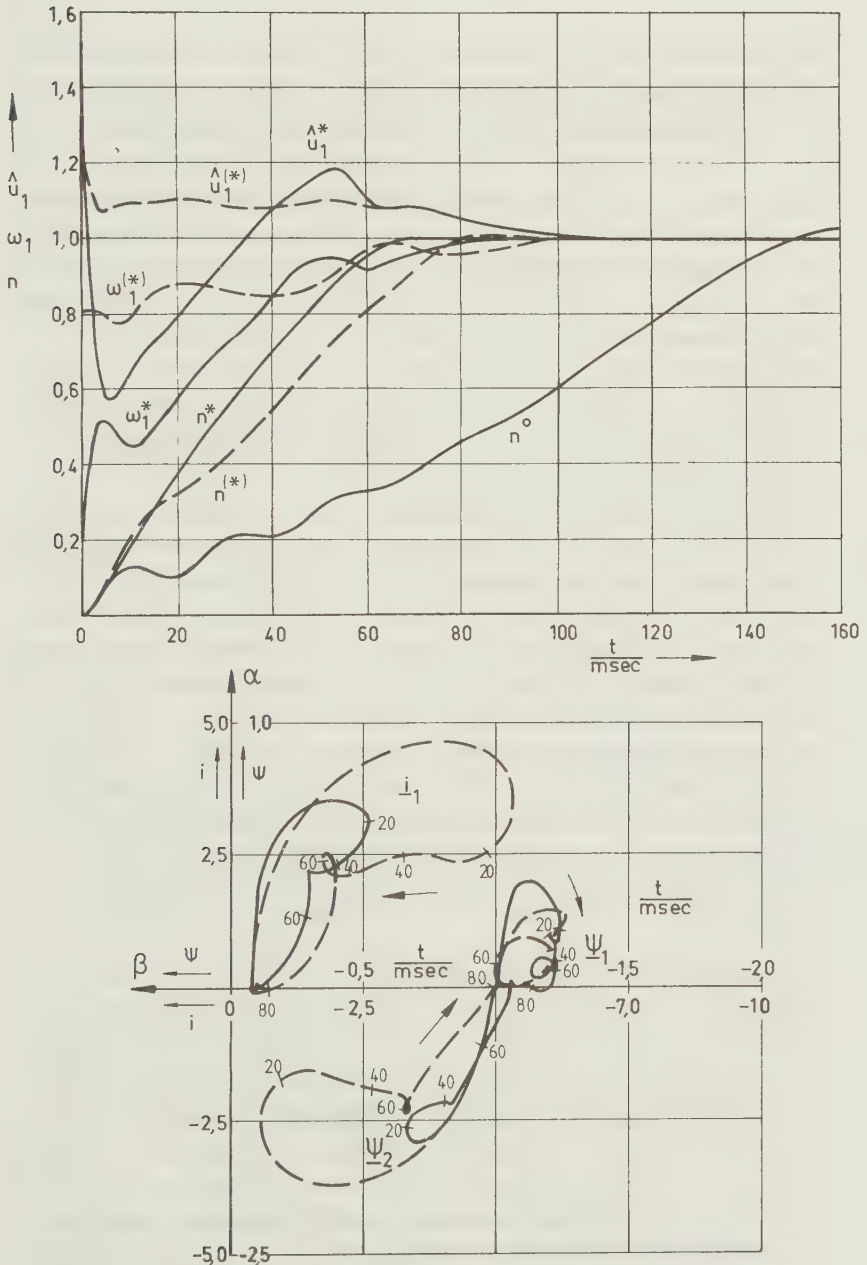


Bild 9.8 Durch Konvergenzprobleme auf Grund der Flußbegrenzung hervorgerufene suboptimale Lösung (*) bei ungünstigen Startfunktionen

unbefriedigend. Durch richtige Formulierung der Gütefunktion lassen sich diese Schwierigkeiten ausräumen.

In der bisherigen Fassung ist durch die Gütefunktion keine Bewertung des Ständerstromes vorgesehen. Deshalb zeigen sich die Unterschiede in den betrachteten Lösungen auch besonders kraß im Strombedarf. Dieser Mangel und damit auch das schlechte Konvergenzverhalten kann leicht durch Berücksichtigung des Ständerstromes in der Gütefunktion behoben werden. Wird in die Gütefunktion ein Term mit dem Ziel der Minimierung des Ständerstromes eingeführt, wie es in Abschnitt 7.4.7 bereits durch Einführung des Anteils $k_1(i_1(t))^2$ in die Gütefunktion Gleichung (7.33) geschah, so sind diese hier geschilderten Konvergenzschwierigkeiten behoben. Die Wirkung dieses Terms zur Stromminimierung gerade auch in Hinblick auf die Konvergenz soll hier verdeutlicht werden.

Rechnet man ausgehend von der suboptimalen Lösung $n^{(*)}(t)$ bei $\omega_1^{(*)}(t)$ und $\hat{u}_1^{(*)}(t)$ in Bild 9.8 unter Hinzunahme der Stromminimierung durch den Term $k_1(i_1(t))^2$ mit der Gütefunktion (7.33) das Beispiel 5a weiter, so stellen sich nach einigen Iterationszyklen problemlos die in Bild 9.8 mit * bezeichneten optimalen Lösungen ein. Ein Vergleich dieser Ergebnisse mit denen des Beispiels 5 in Bild 7.16 zeigt eine gute Übereinstimmung der Ergebnisse. Die starke Abhängigkeit des Optimierungsprozesses von der Wahl der Startfunktion ist damit behoben.

Zur Führung des Gewichtungsfaktors k_1 ist noch anzumerken, daß dessen Wert während des Iterationsprozesses nur auf relativ kleine Werte beschränkt bleiben muß, da ja keine eigentliche Stromminimierung angestrebt wird. Gegen Ende des Iterationsvorganges muß deshalb $k_1 \rightarrow 0$ geführt werden.

Die hier geschilderten Probleme treten in besonderem Maße bei kleinen Werten für den Grenzwert $\Psi_{1\max}$ auf. Wie jedoch das zur Einführung dienende Beispiel 1 (Bild 7.5) zeigt, liegt auch dort bei $\Psi_{1\max} = 1,4$ noch eine gewisse Restabhängigkeit von der Startfunktion vor, was an dem zu großen Wert für ω_2 bei stationärem Drehmoment und einem (nicht gezeichneten) sehr großen Wert für $i_1(\max(i_1(t)) > 5)$ erkennbar ist.

Diese Betrachtungen zeigen ganz deutlich, wie wesentlich es ist, bei der Formulierung der Gütefunktion auch zunächst nicht zum eigentlichen Optimierungsziel gehörende Aspekte bzgl. der möglichen Freiheitsgrade des Systems zu berücksichtigen.

Das zweite Beispiel zur Dokumentation von Konvergenzproblemen wird aus der Berechnung zeitoptimaler Drehwinkelvorgänge entnommen. Hierbei soll insbesondere die Bedeutung des Terms zur Konvergenzerleichterung in der Gütefunktion (8.1) gezeigt werden.

Es werde ein zeitoptimaler Drehwinkelvorgang auf $\vartheta(t_1) = \vartheta_1 \geq 4 \cdot 2\pi$ ähnlich dem Beispiel 13 betrachtet. Die Startfunktionen $\hat{u}_1^0(t)$, $\omega_1^0(t)$ und t_1^0 seien dabei so gewählt, daß $\vartheta^0(t_1^0) > \vartheta_1$ auftritt. Der Iterationsvorgang wird demnach gemäß Bild 9.5 fortschreiten müssen. Mit der Verkleinerung der Rechenzeit muß dann eine Vorverlagerung des gesamten Bremsvorganges verknüpft sein.

Führt man die Berechnungen mit der Gütefunktion (8.1), allerdings ohne den Term zur Konvergenzerleichterung, d.h. also mit $K_{dms}(t) \equiv 0$, durch, so ergeben sich bei der Ausgangsposition $\vartheta(t_1) > \vartheta_1$ und einer Verkleinerung der Rechenzeit Randwerte für die Drehzahl und das Drehmoment, welche die vorgegebenen Randbedingungen noch nicht erfüllen: z.B. $n(t_1) > 0$ und $d_M(t_1) < 0$. Liegt noch keine Überschreitung der Ständerflußgrenze vor, so resultieren bei der Berechnung des Adjungierten Systems z.B. Zeitverläufe der einzelnen Variablen $\underline{\lambda}(t)$, die in Bild 9.9 oben qualitativ aufgetragen sind. Im Fortgang der Rechnung stellt sich nun primär eine Vergrößerung des Betrages des Bremsmomentes ein, um die Randbedingungen $n(t_1) \rightarrow 0$ und $d_M(t_1) \rightarrow 0$ zu erfüllen. Diese Vergrößerung des Bremsmomentes führt jedoch bald zum Erreichen der Flußgrenzen in diesem Zeitbereich, worauf die entsprechende Straffunktion wirksam wird. Auf Grund des starken Einflusses ergeben sich nun die in Bild 9.9 unten dargestellten Verläufe für $\underline{\lambda}(t)$. Da die Berechnung des Adjungierten Systems mit rückwärts laufender Rechenzeit t erfolgt, wirkt sich folglich der von $\lambda_5(t)$ und letztlich von $n(t_1) > 0$ herrührende Lösungsanteil z.B. in $\lambda_1(t)$ oder $\lambda_2(t)$ bei Zeiten $t < t_\psi$ (siehe Bild 9.9) praktisch nicht mehr aus. Die von $n(t_1) > 0$ und $d_M(t_1) < 0$ eingeleiteten Lösungen $\underline{\lambda}(t)$ werden dabei durch diesen Eingriff der Straffunktion vollständig "überdeckt". Es kommt in diesem Bereich $t < t_\psi$ zu einem Stillstand der Konvergenz und zu einem Alternieren der Lösungen von Schritt zu Schritt, ohne daß die Bremsphase wie gewünscht weiter vorverlagert würde. Wird der Einfluß der Straffunktion für die Flußbegrenzung reduziert, so ist die Folge nur ein weiteres Überschreiten des Grenzwertes für den Ständerfluß. Ein Eingreifen der Straffunktion am Bremsvorgang bei t_ψ er-

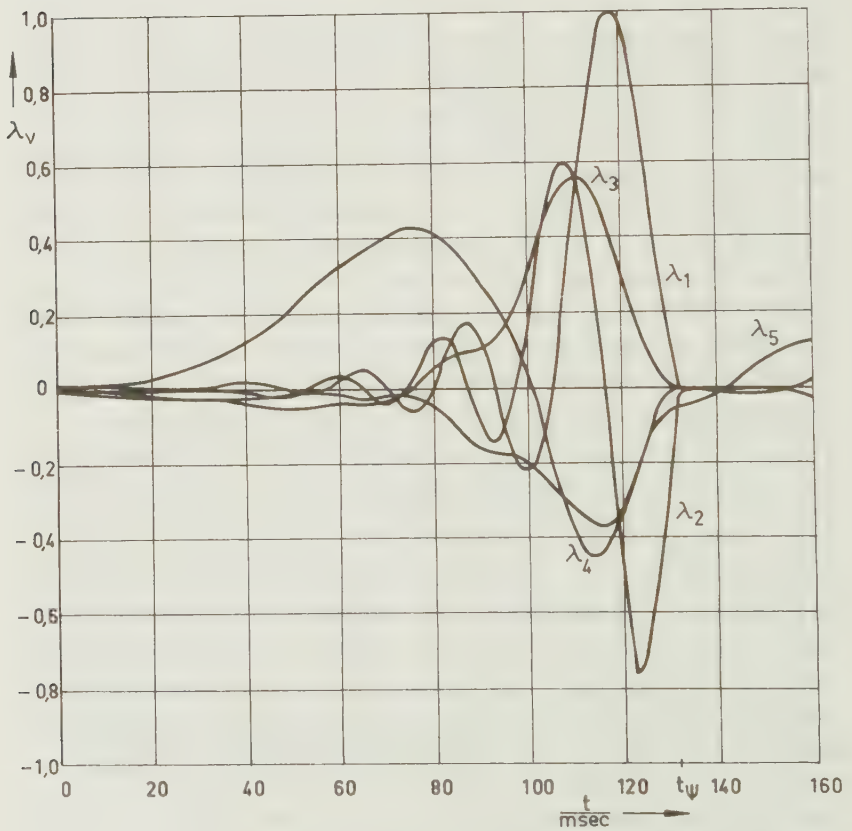
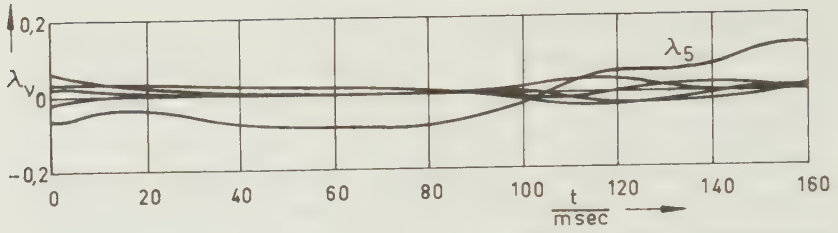


Bild 9.9 Zeitverläufe der adjungierten Variablen $\lambda_1, \dots, \lambda_5$ ohne bzw. mit Eingriff der Straffunktion zur Ständerflußbegrenzung. Die Berechnung der Variablen erfolgt mit τ von rechts nach links

schwert durch den starken Einfluß auch die Konvergenz im Bereich der Beschleunigungsphase erheblich.

Schlußfolgerung

Zur Vermeidung von Konvergenzproblemen dieser Art bieten sich verschiedene Möglichkeiten:

1. Es erfolgt die Formulierung von Startfunktionen $\underline{u}^0(t)$, welche möglichst in der Nähe des Optimums liegen. Unter Umständen erfordert dies die Durchführung einiger Proberechnungen.
2. Es muß ggf. nach Auswertung der Ergebnisse von Proberechnungen die Frage geklärt werden, ob die Gütefunktion wirklich alle Freiheitsgrade des Systems in ausreichender Form bewertet.
3. Unter Umständen ist es günstig, bei umfangreichen Systemen und entsprechend komplexen Gütefunktionen aus dem eigentlichen Optimierungsziel Hilfskriterien abzuleiten und diese zur Konvergenzerleichterung in die Gütefunktion einzufügen.

Der Vorteil dieser Vorgehensweise liegt einmal darin, daß sich so Terme finden lassen, deren Wirkungskreise von kleinerer Ordnung sind als die zum eigentlichen Optimierungsziel gehörenden: beispielsweise der Term $K_{dMs}(t) [d_M(t) - d_{Ms}(t)]^2$ in der Gütefunktion (8.1). Zum anderen lassen sich diese Terme auch bei Rechnung mit freier Endzeit t_1 so formulieren, daß sie nicht nur am Rand bei t_1 (über $\lambda(t_1)$) in die Rechnung eingreifen, sondern über den ganzen Zeitbereich wirksam sind. Beim obigen Beispiel des Drehwinkelvorganges kann damit das Eingreifen der Flußbegrenzung beim Bremsvorgang nicht mehr die Konvergenz im Bereich des Beschleunigungsvorganges behindern.

Bei der Einführung dieser Hilfsfunktionen ist allerdings sorgfältig darauf zu achten, daß das eigentliche Optimierungsziel nicht verfälscht wird und daß keine unnötigen Instabilitäten in den Iterationsprozeß getragen werden. Deshalb wird insbesondere $K_{dMs}(t)$ in Gleichung (8.1) so formuliert, daß der Term nur in den Zeitbereichen wirksam ist, wo noch keine Flußüberschreitung vorliegt.

9.2.2 Führung der Gewichtsfaktoren

Neben der richtigen Formulierung der Gütefunktion und einer geeigneten Festlegung der Startfunktionen ist für eine einwandfreie Konvergenz zur Erfüllung der antriebstechnischen Zielsetzung der Optimierungsaufgabe auch die richtige Führung der Gewichtskonstanten während des Iterationsprozesses wichtig. Die absolute Größe der Gewichtsfaktoren ist dabei nicht von Interesse. Die richtige Festlegung der relativen Größenordnung läßt sich durch Beobachtung des Fortganges der Iterationsrechnung leicht an Hand einiger Proberechnungen bestimmen. Dies gilt sowohl für die Festlegung der Gewichtsfaktoren der Gütefunktion als auch für die Festlegung der Schrittweite Δu des Iterationsprozesses.

Bei Rechnung mit freier Endzeit t_1 muß hier gegen Ende des Iterationsvorganges, wenn bereits gilt: $t_1 \approx t_1^*$, mit einer gewissen Sorgfalt auf die Verifizierung der Randwerte geachtet werden. Auf die sich dabei ergebenden Probleme soll im folgenden kurz eingegangen werden. Auch hier kann man durch geeignete Festlegung der Gütefunktion Erleichterung für die Durchführung der Rechnungen erzielen.

Es werde die Berechnung eines zeitoptimalen Beschleunigungsvorganges von der Anfangsdrehzahl $n(0) = 0$ auf die Enddrehzahl $n(t_1) = n_1$ ähnlich dem Beispiel 4 betrachtet, wobei mit der Gütefunktion nach Gleichung (7.1) mit $k_n = 0$ gearbeitet werde.

Bei Rechnung mit freier Endzeit t_1 zielt die Gütefunktion auf die Erfüllung zweier wesentlicher Aufgaben ab:

1. Verifizierung der Randbedingungen
2. Verkürzung der Rechenzeit t_1 bis zur optimalen Endzeit t_1^* .

Die Erfüllung dieser Aufgaben wird in der Gütefunktion durch die Formulierung mehrerer additiv verknüpfter Terme bewirkt: z.B. Gleichung (7.1). Mit der Zahl dieser Terme steigt die Zahl der freien Gewichtskonstanten. Die Festlegung dieser Gewichtskonstanten muß in ihrer relativen Größe so erfolgen, daß das Optimierungsziel auch wirklich erreicht wird. Hierbei ergibt sich ein besonderes Problem daraus, daß die einzelnen Terme der Gütefunktion gegenseitig z.T. in Konkurrenz stehen. Dies gilt insbesondere für die Terme zur Verifizierung der Randbedingungen

$$k_n (n(t_1) - n_1)^2; k_{dM_1} (d_M(t_1^2))^2; k_{dM_1} (\dot{d}_M(t_1))^2$$

einerseits und für den Term des Hauptzieles der Optimierungsaufgabe

$$\int_0^{t_1'} k_t \cdot 1 \, dt \quad \text{andererseits.}$$

Wie bereits bei der Festlegung der Endzeit t_1 in Abschnitt 7.2, Bild 7.2 deutlich wurde, ergibt sich bei einem relativ großen Wert für k_t mit der daraus folgenden starken Bewertung von $\int_0^{t_1} k_t \cdot 1 \, dt$, daß die Rechenzeit für einen neuen Iterationsschritt t_1^{N+1} gegenüber t_1^N relativ stark verkleinert wird. Bei Beginn des Iterationsprozesses ist dies erwünscht. Gegen Ende des Iterationsprozesses kann es allerdings dazu führen, daß die Rechnung nicht mehr konvergiert, d.h. t_1 zu weit verkleinert wird und die geforderten Randbedingungen am Rand bei t_1 nicht mehr verifiziert werden können. Dies soll in Bild 9.10 verdeutlicht werden.

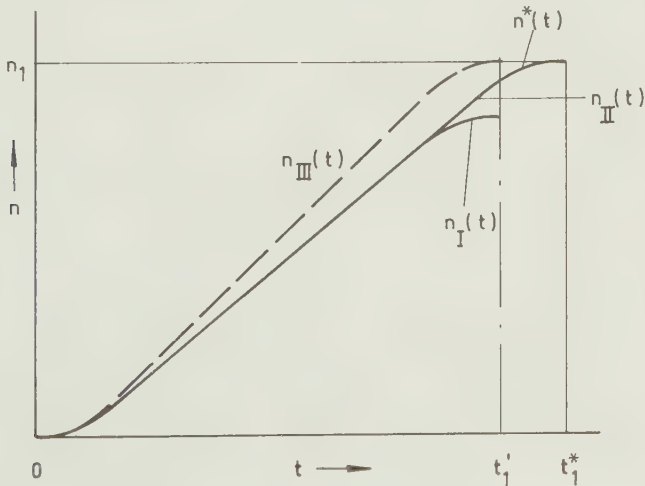


Bild 9.10 Mögliche unbrauchbare Lösungen bei falscher Führung der verschiedenen Gewichtungsfaktoren k_n , k_t etc. bei Rechnung mit freier Endzeit t_1

Es sei $n^*(t)$ der optimale Drehzahlverlauf mit der optimalen Endzeit t_1^* . Durch einen zu großen Wert für k_t ist es nun möglich, daß die Rechenzeit t_1^{N+1} bereits weit verkleinert worden ist, so daß gilt: $t_1^{N+1} = t_1' < t_1^*$. Dabei ergibt sich dann zum Beispiel ein Drehzahlverlauf $n_I(t)$, wobei die Bedingung $n(t_1) \rightarrow n_1$ nicht erfüllt ist. Die weitere Rechnung kann zu keiner Konvergenz mehr führen, da die Rechenzeit t_1 nicht mehr vergrößert werden kann. Durch Steigerung von k_n kann (bei $k_t = 0$ für die weiteren Iterationsschritte) nur noch die Kurve $n_{II}(t)$ erreicht werden. Dabei ist dann insbesondere $d_M(t_1) \neq 0$. Bei der noch möglichen Lösung $n_{III}(t)$ werden zwar alle Randbedingungen erfüllt, aber die Ständerflußbegrenzung $\psi_1(t) \leq \psi_{1\max}$ wird nicht mehr eingehalten. Um die hier an einem Beispiel geschilderten Schwierigkeiten zu vermeiden, ist es unbedingt erforderlich, die freien Gewichtskonstanten k_{n1} , k_{dM1} , k_t , etc. während des Iterationsprozesses dem Fortgang der Rechnung anzupassen. Insbesondere muß k_t mit fortschreitender Konvergenz verkleinert werden. Dies kann manuell unter Beobachtung des Rechnungsfortganges erfolgen. Eine Beeinflussung der freien Gewichtskonstanten durch das Rechnerprogramm selbst war im vorliegenden Fall auf Grund der notwendigen Begrenzung der Programmgröße nicht möglich.

Um die gezeigten Schwierigkeiten zu reduzieren, muß man bestrebt sein, die Zahl der unabhängigen Terme in der Gütefunktion und damit die Zahl der freien Gewichtskonstanten möglichst gering zu halten. Eine Möglichkeit hierzu wurde z.B. durch die Verifizierung der Randbedingungen für das Drehmoment durch Straffunktionen in Kapitel 7.4.5 und 8. gezeigt.

In diesem Zusammenhang ist ein Vergleich der Rechnung mit freier Endzeit zur Rechnung mit fester Endzeit angebracht. Die Verifizierung der Randbedingungen gestaltet sich bei Rechnung mit fester Endzeit problemlos. Die beiden Terme für n und d_M z.B. in der Gütefunktion (7.19) ergänzen sich gegenseitig und sorgen quasi automatisch für eine Erfüllung der Randwerte. Vorteilhaft gestaltet sich auch, daß die Zahl der freien Gewichtskonstanten bei Rechnung mit fester Endzeit in der Regel geringer ist als bei Rechnung mit freier Endzeit, sodaß in diesem Zusammenhang die Rechnung mit fester Endzeit etwas von Vorteil ist.

10. Diskussion und Systematisierung wichtiger Ergebnisse aus antriebstechnischer Sicht

Die Berechnung optimaler Steuerfunktionen für transiente Vorgänge erfolgt stets in Hinblick auf die Erfüllung ganz bestimmter Zielsetzungen und Randbedingungen und besitzt dann nur für diese Vorgänge Gültigkeit. Die Steuerfunktion eines Vorganges ist auf Grund des nichtlinearen Maschinenverhaltens nicht auf Übergangsvorgänge mit anderen Randbedingungen übertragbar. (Siehe nachfolgende Beispiele 3a und 3b für Beschleunigungsvorgänge mit unterschiedlichen Anfangsdrehzahlen n_0 .) Diese individuelle Gestalt der Steuerfunktionen liegt insbesondere bei Drehzahl- bzw. Drehwinkelvorgängen mit relativ kleinen auszuführenden Änderungen

$\Delta n = n_1 - n_0 < 0,6$ bzw. $\Delta \vartheta = \vartheta_1 - \vartheta_0 < 1 \cdot 2\pi$ vor und macht eine vollständige Systematisierung der Ergebnisse unmöglich.

Bei optimalen Vorgängen mit $\Delta n \geq 0,6$ bzw. $\Delta \vartheta \geq 1 \cdot 2\pi$ ergeben sich jedoch bereits andere Verhältnisse. Betrachtet man z.B. unterschiedliche zeitoptimale Beschleunigungsvorgänge, die alle von gleicher Anfangsdrehzahl n_0 und gleichen Randbedingungen für die Flüsse ausgehen und sich nur in dem auszuführenden Drehzahlssprung Δn mit $\Delta n \geq 0,6$ unterscheiden, so zeigen diese eine Übereinstimmung im Rhythmus des Bewegungsvorganges. Dieser Rhythmus ermöglicht eine Aufteilung des gesamten Bewegungsablaufes in drei charakteristische Phasen, die durch die Bezeichnungen Drehmomentaufbau, Fahrt bei konstantem Drehmoment und Drehmomentabbau gekennzeichnet werden können. In jedem dieser drei Bewegungsabschnitte zeigen die optimalen Steuerfunktionen ganz charakteristisch ausgeprägte Eigenheiten. Interessanterweise besteht nun auch bei verschiedenen Beschleunigungsvorgängen mit den oben aufgeführten Randbedingungen eine weitgehende Übereinstimmung der Gestalt der optimalen Steuerfunktion in jeweils gleichen Bewegungsbereichen. Eine Übereinstimmung besteht darüberhinaus (abgesehen von den absoluten Zeiten) in den relativen Bewegungen der Strom- und Flußraumzeiger.

Das physikalische Verständnis der Wirkung optimaler Steuerfunktionen auf die Maschine wird durch diese Systematik im Bewegungsablauf wesentlich erleichtert. Der Betrachtung dieser Vorgänge in den einzelnen Bewegungsabschnitten wird der größte Raum des nachfolgenden Kapitels gewidmet.

10.1 Zeitoptimaler Beschleunigungsvorgang

Ein zeitoptimaler Beschleunigungsvorgang, der mit $\Delta n = 1,0$ vom Stillstand aus geführt wird und mit der Erreichung des stationären Leerlaufes abgeschlossen ist, läßt sich in drei Bereiche unterteilen, wie Bild 10.1 zeigt.

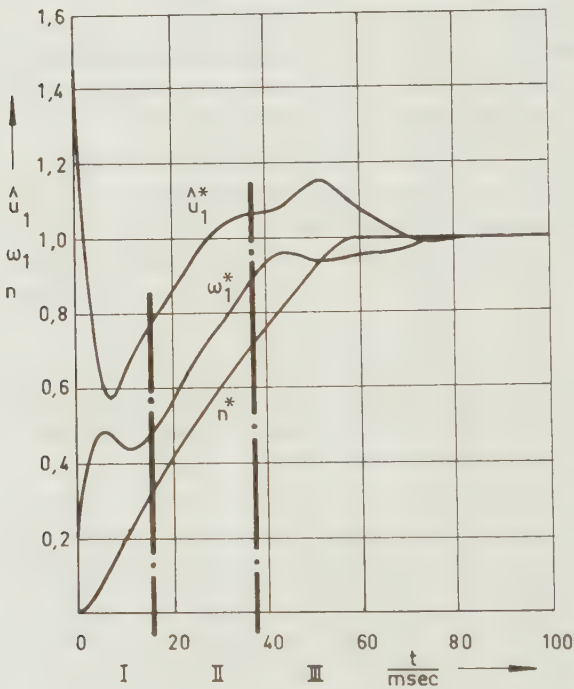


Bild 10.1 Zeitoptimaler Beschleunigungsvorgang - Unterteilung in die drei wesentlichen Bereiche

I Drehmomentaufbau

II konstantes Drehmoment

III Drehmomentabbau

In jedem dieser drei Bereiche weisen die Steuerfunktionen charakteristische Merkmale auf. Diese müssen in unmittelbarem Zusammenhang mit den typischen physikalischen Vorgängen gesehen werden, die in den einzelnen Bewegungsabschnitten ablaufen. Dabei können die drei Bereiche weitgehend unabhängig voneinander betrachtet werden. Die Abgrenzung der Bereiche läßt sich folgendermaßen vollziehen:

In Bereich II liegt ein (weitgehend) konstantes Drehmoment bei festen Winkelbeziehungen zwischen den einzelnen Raumzeigern und einem konstanten Wert für die Läuferkreisfrequenz ω_2 vor. Diese Winkelbeziehungen und die Größen der Raumzeiger $\underline{\Psi}_1$, $\underline{\Psi}_2$ und $\underline{i}_1$ sind bei Vorgängen ohne Stromminimierung nur abhängig von der Größe des erlaubten Ständerflusses Ψ_1 . Insbesondere sind die Verhältnisse im Bereich II hinsichtlich dieser Winkelbeziehungen und Raumzeigergrößen unabhängig von dem jeweiligen Anfangszustand des Beschleunigungsvorganges bei $t = 0$. Ob die Maschine also erregt oder nicht erregt war, hat keinen Einfluß auf diese Beziehungen. Unterschiede ergeben sich bei verschiedenen Anfangsbedingungen $\underline{\Psi}_1(0)$ lediglich in den absoluten Zeiten für die Dauer der einzelnen Bereiche. In Bereich I werden ausgehend vom Leerlauf die in Bereich II erforderlichen Winkelbeziehungen und Raumzeigergrößen für $\underline{\Psi}_1$, $\underline{\Psi}_2$ und $\underline{i}_1$ herbeigeführt.

Wie die Abgrenzung des Bereiches I in Bild 10.1 zeigt, geht dieser Bereich dabei zeitlich weit über die Zeitdauer des eigentlichen Drehmomentaufbaues hinaus. Die Einzelvorgänge in Bereich I hängen nun wesentlich von den gestellten Anfangsbedingungen bei $t = 0$ ab. Sie führen aber sämtlich auf gleiche Verhältnisse in Bereich II. Dabei dauern die Vorgänge in Bereich I je nach Lage der Anfangsbedingungen unterschiedlich lange.

In Bereich III müssen die Winkelbeziehungen und Raumzeigergrößen aus Bereich II wieder in die für den stationären Leerlauf erforderlichen überführt werden. Auch hier sieht man an der Abgrenzung in Bild 10.1, daß dieser Bereich wesentlich länger dauert, als der eigentliche Drehmomentabbau. Insbesondere erfolgt die Einleitung dieses Bereiches bereits ca. 20 msec vor dem eigentlichen Drehmomentabbau.

An dem Beispiel 3, Bild 7.9 bzw. 10.1 als dem aus antriebstechnischer Sicht günstigsten Beschleunigungsvorgang sollen nun die wesentlichen Merkmale der Vorgänge, die in diesen drei Bereichen ablaufen, im einzelnen einer kritischen Betrachtung unterzogen werden.

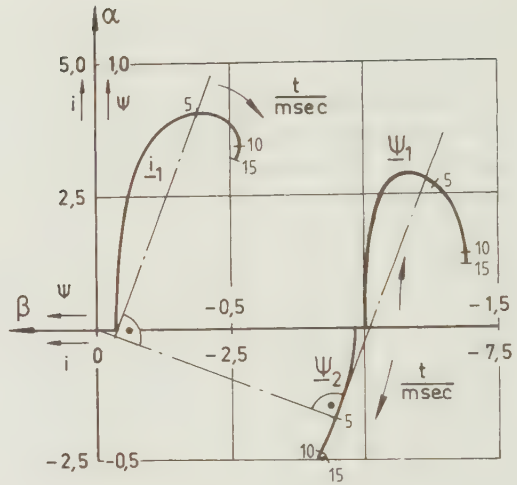
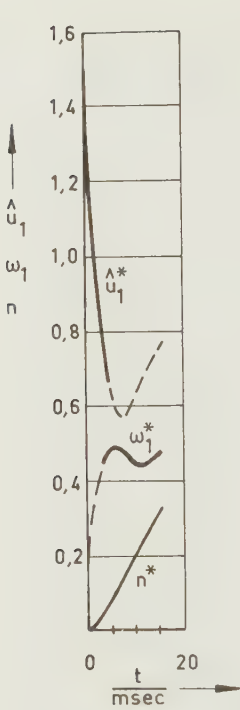


Bild 10.2 Drehmomentaufbau und Einstellung der stationär richtigen Phasenbeziehungen bei Führung der Ständerspannung mit einem Phasensprung von $\Delta\lambda = +\frac{\pi}{2} \hat{=} +90^\circ$ bei $t = 0$

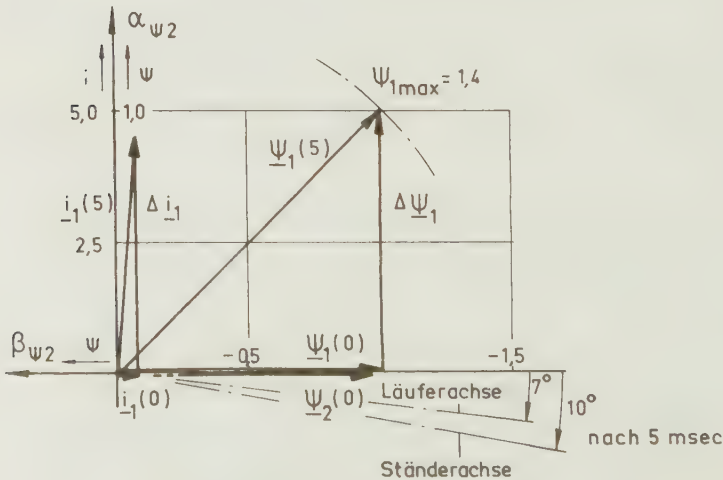


Bild 10.3 Aufbau des Ständerstromes und des Ständerflusses nach 5 msec beim Vorgang nach Bild 10.2 dargestellt in dem am Läuferfluß orientierten Koordinatensystem.

Bereich I Drehmomentaufbau

Zur Erzielung eines möglichst schnellen Drehmomentaufbaues ist es notwendig, die Maschine bei $t < 0$ mit Hilfe einer Gleichstromerregung bereits auf $\Psi_1 = 1$ zu erregen. Der optimale Drehmomentaufbau wird dann durch einen 90° - Phasensprung des Ständerspannungsraumzeigers in die gewünschte Drehrichtung eingeleitet. Der auf diesen Sprung in der Phasenlage folgende Vorgang läßt sich in zwei deutlich zu unterscheidende Teilbereiche gliedern, deren Grenze bei dem hier betrachteten Vorgang etwa bei $t = 5$ msec liegt:

1. $0 \leq t \leq 5$ msec und

2. $5 \text{ msec} \leq t \leq 15 \text{ msec}$.

1. Unmittelbar nach dem Phasensprung zeigt sich bei zunächst relativ kleinen Werten der Frequenz $\omega_1(t) \approx 0,2$ (in Bild 10.2 gestrichelt) eine in der Amplitude der Spannung $\hat{u}_1(t)$ sehr ausgeprägte Spitze von ca. 5 msec Dauer: in Bild 10.2 stark ausgezogen. Durch diese Spitze wird eine Flußänderung des Ständerflußraumzeigers um $\Delta\Psi_1$ bewirkt und zwar derart, daß diese Raumzeigeränderung $\Delta\Psi_1$ in ihrer Richtung senkrecht auf dem bei $t = 0$ bestehenden Raumzeiger $\underline{\Psi}_1(0)$ erfolgt: Bild 10.3. $\underline{\Psi}_1$ wird in seinem Betrag Ψ_1 hierbei gerade soweit vergrößert, daß der Maximalwert $\Psi_{1,\max}$ für den Ständerfluß etwa bei $t = 5$ msec erreicht ist. Gleichzeitig wird der erforderliche Winkel zwischen $\underline{\Psi}_1$ und $\underline{\Psi}_2$ und damit der Ständerstrom in der Maschine aufgebaut. Der Stromaufbau vollzieht sich in Richtung einer Wirkkomponente zum Ständerspannungsraumzeiger. Diese Vorgänge sind in Bild 10.3 in einem am Läuferfluß mit der negativen β_{Ψ_2} -Achse orientierten Koordinatensystem dargestellt. (Bei $t = 0$ liegt dieses am Läuferfluß orientierte Koordinatensystem mit dem α - β -Koordinatensystem genau in Phase.) Der Zusammenhang mit den in Bild 10.2 im α - β -Koordinatensystem dargestellten "Bewegungen" der Raumzeiger ist bei $t = 5$ msec durch die in Bild 10.2 eingetragenen Hilfslinien leicht herzustellen.

Weiter deuten die Hilfslinien in Bild 10.3 für die Läuferachse und Ständerachse an, daß sich das Läuferfeld in Relation zum Ständer in diesen 5 msec nur um 10° verdreht hat. Der Läufer selbst hat sich um 3° gedreht.

Phasensprung $\Delta\lambda$ bei $t = 0$ aufgebraucht wird. Erfolgt kein Phasensprung, so muß eine sehr hohe Spitze (bis an den zulässigen Grenzwert) von $\omega_1(t)$ für eine möglichst schnelle Verdrehung um $\lambda \approx \frac{\pi}{2} \hat{=} 90^\circ$ sorgen. (Vgl. Bild 7.8.) Der weitere Vorgang verläuft dann wie oben beschrieben. Wichtig ist allerdings, daß der bei $t = 0$ ausgeführte Phasensprung die Größe von 90° nicht überschreitet. Bild 10.4 zeigt auch, wie weit in dieser Zeit $t = 15$ msec die Raumzeiger $\underline{\psi}_1$ und $\underline{\psi}_2$ und die Läuferachse bereits verdreht wurden.

Ein Vergleich der Vorgänge bei erregter bzw. unerregter Maschine (Bilder 7.9 und 7.5) zeigt deutlich, daß der erregten Betriebsweise zur Erzielung eines reaktionsschnellen Antriebes natürlich der Vorzug zu geben ist.

Bereich II konstantes Drehmoment bei festen Winkelbeziehungen

Die Aufrechterhaltung eines konstanten Drehmomentes ist im Bereich II durch feste Winkelbeziehungen zwischen den Spannungs-, Fluß- und Stromraumzeigern gekennzeichnet. Die Größen der Fluß- und Stromraumzeiger sind ebenfalls konstant: Bild 10.5.

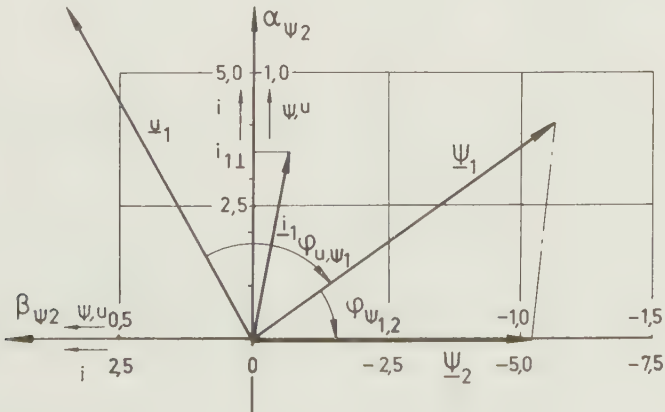


Bild 10.5 Stationäre Lage der Raumzeiger des Vorganges nach Bild 10.1 bzw. Beispiel 3 bei $t = 30$ msec dargestellt in dem am Läuferfluß $\underline{\psi}_2$ orientierten Koordinatensystem. Gleichung (10.3) ergibt mit $\omega_2 = 0,16$ ebenfalls $i_{11} = 3,5$

Die Kreisfrequenz $\omega_1^*(t)$ wird so geführt, daß sich eine konstante Kreisfrequenz im Läuferkreis

$$\omega_2^*(t) = \omega_1^*(t) - n^*(t) \equiv \text{konst} \quad (10.1)$$

einstellt. Für die Amplitude der Ständerspannung gilt näherungsweise:

$$\hat{u}_1^*(t) = \omega_1^*(t) + k_u, \quad k_u > 0, \quad (10.2)$$

wobei die Konstante $k_u > 0$ wesentlich von der Größe des Ständerflußgrenzwertes $\Psi_{1\max}$ abhängt und Werte zwischen 0,05 und 0,3 bei den hier betrachteten Grenzwerten $\Psi_{1\max} = 1,0 - 1,4$ annimmt.

Bei der Betrachtung der Zusammenhänge, die zwischen den einzelnen Größen $\underline{\Psi}_2(t)$, $\underline{i}_1(t)$ und $\omega_2(t)$ in dem Bereich für $d_M(t) \equiv \text{konst}$ gelten, ergeben sich interessante Parallelen zu Steueralgorithmen, wie sie in Abschnitt 3.2 betrachtet wurden. In Gleichung (3.34) wurde für $\underline{\Psi}_2 = \Psi_2 = \text{konst}$ die Größe der Ständerstromkomponente betrachtet, die senkrecht auf dem Läuferfluß $\underline{\Psi}_2$ steht. Bezeichnet man diese senkrecht auf dem Läuferfluß stehende Ständerkomponente mit i_{11} , so läßt sich Gleichung (3.34) für die allgemeine Lage von $\underline{\Psi}_2$ schreiben:

$$i_{11} = \Psi_2 \frac{X_2}{X_h R_2} \omega_2. \quad (10.3)$$

Diese Beziehung findet sich bei Auswertung der hier vorliegenden Ergebnisse mit großer Genauigkeit bestätigt, wie die Eintragungen in Bild 10.5, Bild 10.6 und Bild 10.7 zeigen.

Gleichung (10.3) gilt immer dann, wenn $\frac{d}{dt} \Psi_2(t) \equiv 0$ (10.4) ist. Gleichung (10.4) ist bei den hier berechneten Vorgängen im Bereich II mit guter Näherung erfüllt. Bei Beschleunigungsvorgängen wird durch die drei Raumzeiger $\underline{\Psi}_1$, $\underline{\Psi}_2$ und $\underline{i}_1$ ein (nahezu rechtwinkliges) Dreieck aufgespannt. Dabei bilden die Raumzeiger $\underline{\Psi}_1$ und $\underline{\Psi}_2$ einen Winkel von $\varphi_{\Psi_1, 2} \approx 35^\circ$

Zum Vergleich seien noch die Verhältnisse bei zwei weiteren untersuchten Vorgängen betrachtet. Die Darstellungen der Raumzeiger bei Stromminimierung in Bild 7.18 und 7.19 ergeben, daß dieses Dreieck mit kleiner werdendem Strom zu kleiner werdenden Winkeln $\varphi_{\Psi_1, 2}$ immer spitzer wird.

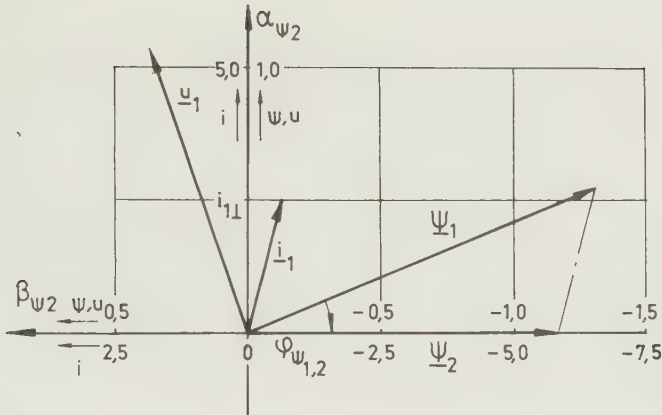


Bild 10.6 Stationäre Lage der Raumzeiger bei Stromminimierung (Beispiel 7, Bild 7.18) bei $t = 30$ msec in dem am Läuferfluß $\underline{\psi}_2$ orientierten Koordinatensystem. Gleichung (10.3) ergibt mit $\omega_2 = 0,1$ den Wert $i_{1\perp} = 2,4$

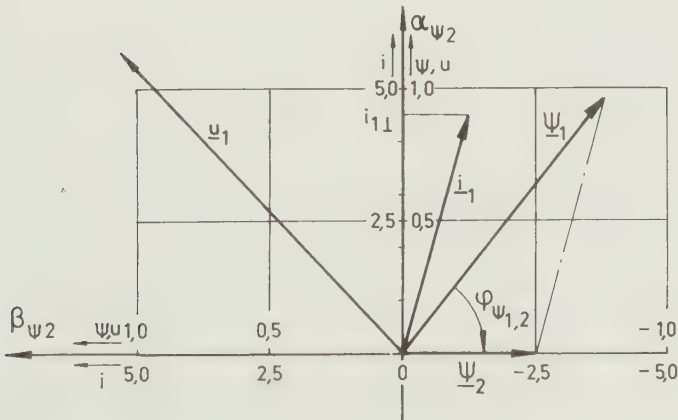


Bild 10.7 Lage der Raumzeiger beim suboptimalen Vorgang aus Bild 9.8 bei $t = 30$ msec in dem am Läuferfluß $\underline{\psi}_2$ orientierten Koordinatensystem. Gleichung (10.4) ist hierbei nicht erfüllt. Deshalb ergibt Gleichung (10.3) bei $\omega_2 = 0,46$ nur einen Näherungswert $i_{1\perp} = 4,75$

Deutlich ist die mit kleinen Stromgrößen verbundene Reduzierung des stationären Wertes für $\omega_2(t)$. Zu beachten ist, daß die Stromreduzierung bei gleichbleibender Ständergröße $\Psi_{1\max} = 1,4$ eine Anhebung des Läuferflusses Ψ_2 über den Leerlaufwert hinaus bewirkt: Bild 10.6

Untersucht man in diesem Zusammenhang am Rande die suboptimale Lösung (*) im Zeitbereich $20 \text{ msec} \leq t \leq 60 \text{ msec}$, die in Kapitel 9.2.1 Bild 9.8 betrachtet wurde, so zeigt sich, daß dort aus antriebstechnischer Sicht die Verhältnisse einer gekippten Maschine vorliegen: Bild 10.7. Es ist Ψ_2 relativ klein und $\phi_{\Psi_1,2}$ und i_1 sind dementsprechend groß. Aus dieser Relation ergibt sich auch der große Wert für ω_2 folgerichtig.

Bereich III Drehmomentabbau

Der Drehmomentabbau wird bereits ca. 20 msec vor dem eigentlichen Ende des Beschleunigungsvorganges mit einer Konstanzhaltung der Ständerspannungsamplitude bei weiterem Anstieg von ω_1 eingeleitet. Dies führt zu einem Absinken der Größe des Ständerflusses etwa auf den Leerlaufwert ($t \approx 40 \text{ msec}$ in Bild 10.8). Sodann wird über ein Konstanthalten bzw. eine leichte Absenkung von ω_1 erreicht, daß die Winkel zwischen $\underline{u}_1$ und $\underline{\Psi}_1$ sowie $\underline{u}_1$ und $\underline{\Psi}_2$ verkleinert werden. Die Läuferfrequenz nimmt dabei negative Werte an: $\omega_2(t) < 0$ bei $t \approx 50 \text{ msec}$ in Bild 10.8. Die Größe des Ständerstromes und auch die Größe des Drehmomentes bleiben bis zu dieser Zeit noch nahezu unverändert. Im Zeitbereich zwischen 50 msec und 60 msec vollzieht sich dann der eigentliche Drehmomentabbau. Bei negativen Werten der Läuferkreisfrequenz $\omega_2(t) < 0$ werden die Raumzeiger von Ständer- und Läuferfluß aufeinanderzugeführt und dabei wird auch die Wirkkomponente des Ständerstromes sehr schnell abgebaut. Dieses Auftreten negativer ω_2 -Werte muß ausdrücklich hervorgehoben werden, stellt es doch ein Ergebnis dar, welches aus der Betrachtung stationärer Maschinenzusammenhänge nicht zu gewinnen ist. Mit dem Absinken der Ständerspannungsamplitude wird schließlich der stationäre Leerlaufzustand erreicht. Im α - β -Koordinatensystem erscheint die Führung des Ständerflußraumzeigers in einer ausgeprägten Kreisbewegung.

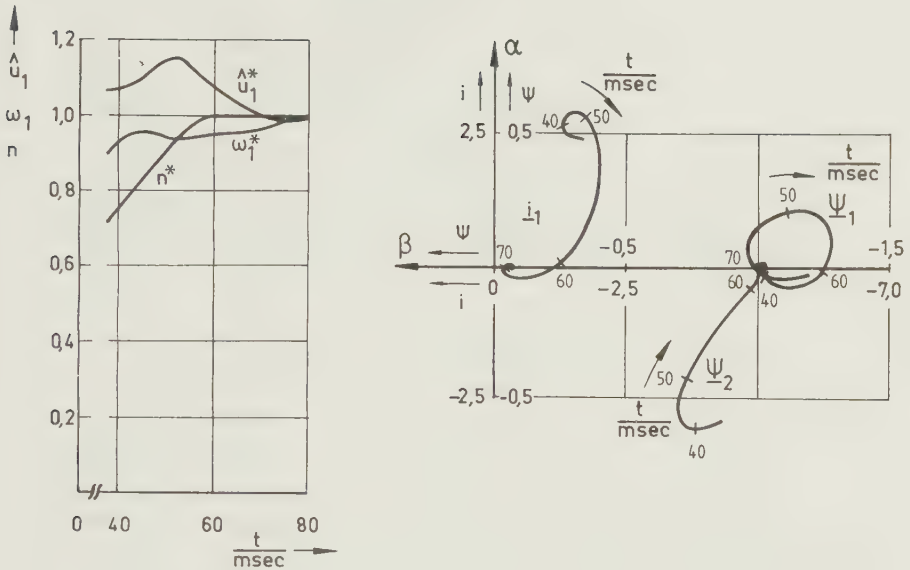


Bild 10.8 Führung der Steuergrößen $\hat{u}_1(t)$ und $\omega_1(t)$ zum Drehmomentabbau

Grenzen der Systematisierung

Die klare Trennung des gesamten Bewegungsvorganges in einzelne Teilbereiche ist nur dann möglich, wenn der Beschleunigungsvorgang über eine hinreichend große Drehzahldifferenz geführt wird. In Bild 10.9 sind die Ergebnisse dreier Rechnungen für verschiedene Beschleunigungsvorgänge aus dem Stillstand mit den Enddrehzahlen $n_1 = 0,6; 1,0$ und $1,4$ bei $\Psi_{1\max} = 1,4$ und den Anfangsbedingungen entsprechend Beispiel 3 gezeigt.

Der Drehmomentaufbau vollzieht sich in allen drei Fällen mit genau gleichen bereits eingehend diskutierten Steuerfunktionen. Auch der Drehmomentabbau zeigt in allen drei Fällen hinsichtlich der Gestalt der Steuerfunktion mit dem charakteristischen Unterschwingen von $\omega_1(t)$ unter die Drehzahl n eine weitgehende Übereinstimmung. Die verschiedenen großen Drehzahldifferenzen werden durch eine unterschiedlich lange Zeitdauer für den mittleren Zeitbereich bei konstanter Läuferkreisfrequenz $\omega_2(t)$

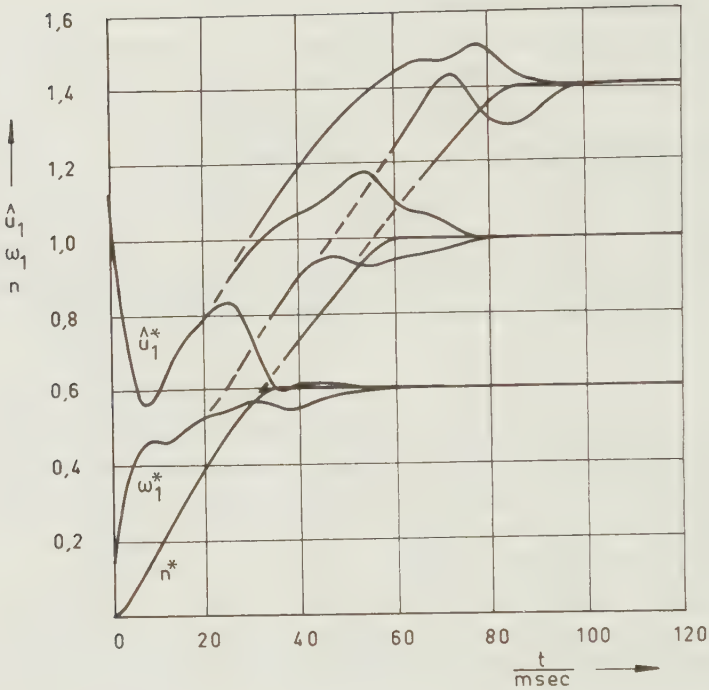


Bild 10.9 Die optimalen Steuerfunktionen bei drei verschiedenen Beschleunigungsvorgängen aus dem Stillstand und $\Psi_{1\max} = 1,4$

erzielt. Die zeitlichen Verläufe der Fluß- und Stromraumzeiger im α - β -Koordinatensystem entsprechen in ihrer Gestalt dem in Bild 7.9 aufgetragenen Vorgang und sind deshalb nicht extra aufgeführt.

Bild 10.9 zeigt, daß diese deutliche Dreiteilung des Bewegungsvorganges mit einer großen Übereinstimmung der charakteristischen Merkmale der Steuerfunktion in jedem Bereich nur etwa für $\Delta n = n_1 - n_0 > 0,6$ gültig ist. Beim Beschleunigungsvorgang auf $n_1 = 0,6$ stoßen die Bereiche I und III bereits unmittelbar aneinander, so daß der Bereich II mit $\omega_2(t) \equiv \text{konst}$ entfällt. Bei Beschleunigungsvorgängen mit noch kleinerer Drehzahldifferenz $\Delta n = n_1 - n_0$ ändert sich auch die Form der Steu-

erfunktionen in den Bereichen des Drehmomentauf- bzw. abbaus. Dies soll im folgenden Beispiel verdeutlicht werden.

Beispiel 3 a

Es werde ein zeitoptimaler Beschleunigungsvorgang vom

Stillstand $n_0 = 0$ auf die

Enddrehzahl $n_1 = 0,2$ betrachtet: Bild 10.10

(Die Anfangsbedingungen und Grenzbedingungen sind entsprechend Beispiel 3 gewählt.)

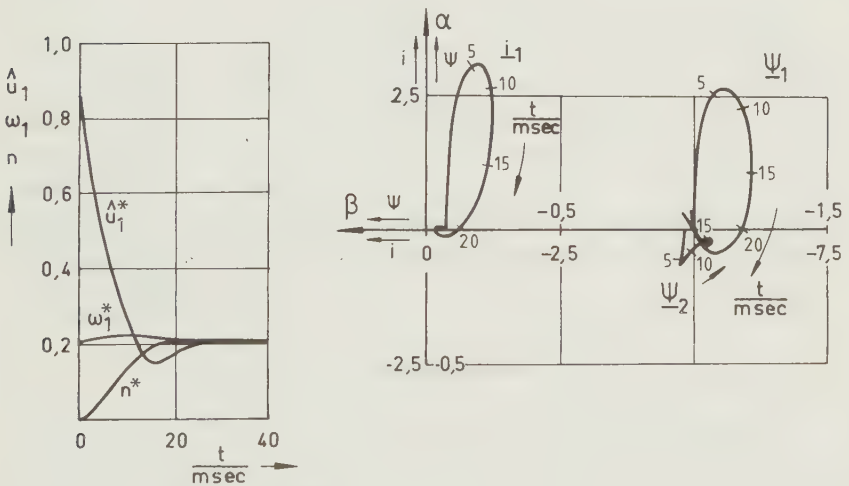


Bild 10.10 Zeitoptimaler Beschleunigungsvorgang aus dem Stillstand auf $n_1 = 0,2$. Der Grenzwert $\Psi_{1\max} = 1,4$ wird nicht erreicht

Der Drehmomentaufbau erfolgt wiederum durch die ausgeprägte Spitze in $\hat{u}_1(0)$, jedoch wird der Drehmomentabbau primär durch eine relativ starke Verkleinerung von $\hat{u}_1(t)$ etwa bei $t = 15 \text{ msec}$ bewirkt. Zu bemerken ist, daß die vorgegebene Grenze $\Psi_{1\max} = 1,4$ bei diesem kurzen Vorgang vom Ständerfluß $\Psi_1(t)$ gar nicht erreicht wird.

Neben der Größe der Drehzahldifferenz wirkt sich natürlich auch der

Wert der Anfangsdrehzahl n_0 auf die Führung der Steuerfunktion zur Erzielung eines zeitoptimalen Beschleunigungsvorganges aus: Beispiel 3 b.

Beispiel 3 b

Es werde ein zeitoptimaler Beschleunigungsvorgang von der Anfangsdrehzahl $n_0 = 0,8$ auf die

Enddrehzahl $n_1 = 1,0$ betrachtet. Die Anfangs- und Endbedingungen sind durch den Leerlauf gegeben. Es gelten die

Grenzwerte $\Psi_{1\max} = 1,4$ und $\omega_{1\max} = \hat{u}_{1\max} = 1,6$.

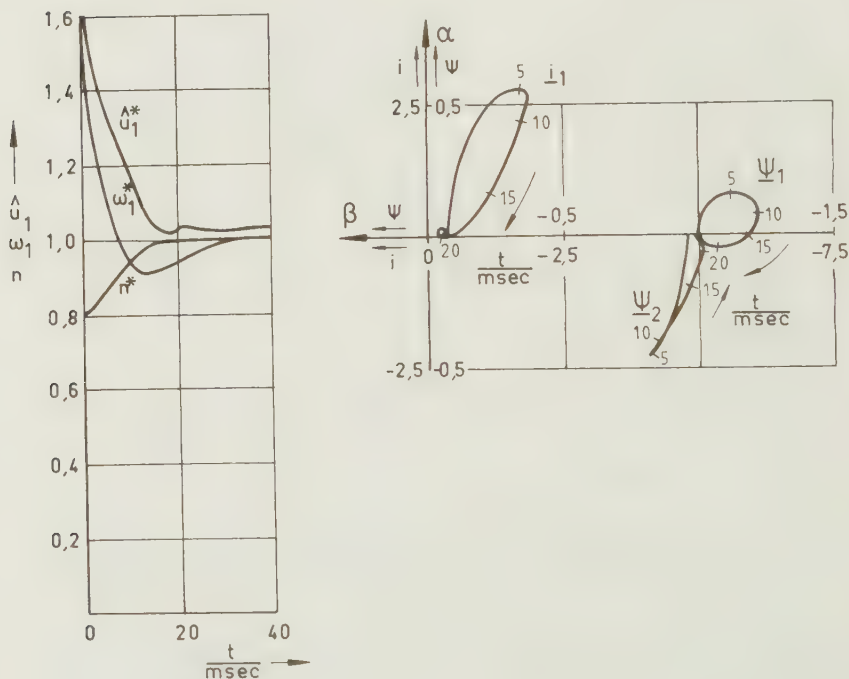


Bild 10.11 Zeitoptimaler Beschleunigungsvorgang von $n_0 = 0,8$ bei Leerlauf auf $n_1 = 1,0$. Der Grenzwert $\Psi_{1\max} = 1,4$ wird nicht erreicht.

Der in Bild 10.11 dargestellte Vorgang zeigt, daß die optimalen Steuerfunktionen nicht etwa durch eine lineare Transformation aus den in Bild 10.10 aufgetragenen für die andere Anfangsdrehzahl gültigen Ergebnisse gewonnen werden können.

Interessant ist an den Ergebnissen, daß hier der Drehmomentaufbau neben der bekannten Spitze in $\hat{u}_1(0)$ durch eine ähnliche Spitze in $\omega_1(0)$ eingeleitet wird. Auf Grund dieser veränderten Steuerfunktion ergibt sich in der Bewegung der Raumzeiger $\underline{\psi}_1(t)$, $\underline{\psi}_2(t)$ und $\underline{i}_1(t)$ auch eine deutliche Abweichung gegenüber dem Vorgang in Bild 10.10. Auch hier wird die Grenze $\Psi_{1\max} = 1,4$ von $\Psi_1(t)$ nicht erreicht. Zu beachten ist der hohe Spitzenwert in der Spannungsamplitude $\hat{u}_1(t)$ bei $t = 0$.

Diese beiden zuletzt betrachteten Beschleunigungsvorgänge sind in Hinblick auf einen Vergleich der Resultate einer optimalen Maschinenführung mit den in Kapitel 11 näher betrachteten Möglichkeiten linearer Regelungen von besonderem Interesse. Beide Vorgänge (Bilder 10.10 und 10.11) laufen mit einem maximalen Drehmoment von etwa $d_{M\max} = 3$ ab und es ergibt sich in beiden Fällen eine Hochlaufzeit von ca. 15 msec. Die Hochlaufzeit eines Beschleunigungsvorganges ist also bei optimaler Führung der Steuergrößen nahezu proportional zur Drehzahldifferenz Δn bei sonst gleichen Randbedingungen.

10.2 Zeitoptimaler Bremsvorgang (Stillsetzvorgang)

Entsprechend den Betrachtungen des zeitoptimalen Beschleunigungsvorganges im letzten Abschnitt läßt sich auch der gesamte Bremsvorgang in drei Hauptabschnitte unterteilen: Bild 10.12.

Bereich I Drehmomentaufbau

Bei Bremsvorgängen ist der Ausgangspunkt durch die aus dem Leerlauf bei $t < 0$ folgenden festen Beziehungen für die Anfangsbedingungen bei $t = 0$ gegeben. Zum Aufbau eines negativen Drehmomentes ist es nötig, daß in möglichst kurzer Zeit ein Winkel $\varphi_{\psi_{1,2}} < 0$ zwischen den Raumzeigern des Ständer- und Läuferflusses aufgebaut wird. Hierzu wird $\omega_1(t) < n(t)$ nötig, woraus $\omega_2(t) < 0$ folgt. Zur schnellen Winkeländerung ergeben sich für die Läuferkreisfrequenz relativ große Werte: $|\omega_2(0)| \approx 0,4$.

Die Amplitude der Ständerspannung muß ebenfalls abgesenkt werden, damit eine Umkehr der Energierichtung möglich wird: Bild 10.13.

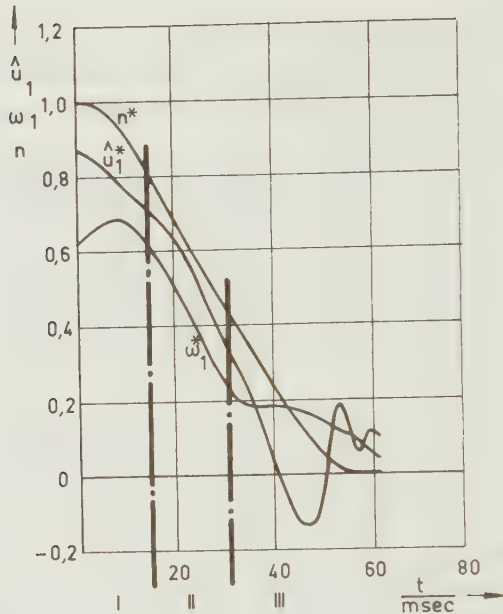


Bild 10.12 Zeitoptimaler Stillsetzvorgang (Beispiel 10, Bild 7.22) mit Unterteilung des Vorganges in drei Bewegungsbereiche

Bereich II konstantes Drehmoment bei festen Winkelbeziehungen

Wie beim optimalen Beschleunigungsvorgang ist der Bereich II beim Bremsvorgang ebenfalls durch feste Winkelbeziehungen zwischen den einzelnen Raumzeigern gekennzeichnet: Bild 10.14. Die Ständerfrequenz $\omega_1^*(t)$ wird so geführt, daß sich ein zeitlich konstanter Wert für $\omega_2(t)$ ergibt. Dabei gilt für ψ_2 , i_{11} und ω_2 wieder der durch Gleichung (10.3) gegebene Zusammenhang, wobei $i_{11} < 0$ und $\omega_2 < 0$ gilt. Vergleicht man die Lage der Raumzeiger im Bereich II beim Bremsvorgang mit dem des Beschleunigungsvorganges, so zeigt sich, daß zwischen $\underline{u}_1$ und $\underline{\psi}_1$ etwa der gleiche große Winkel $\varphi_{\underline{u}_1, \underline{\psi}_1}$ auftritt. Der Raumzeiger des Ständerstromes hat die vom stationären übersynchronen Generatorbetrieb her bekannte Phasenlage zum Ständerspannungsraumzeiger.

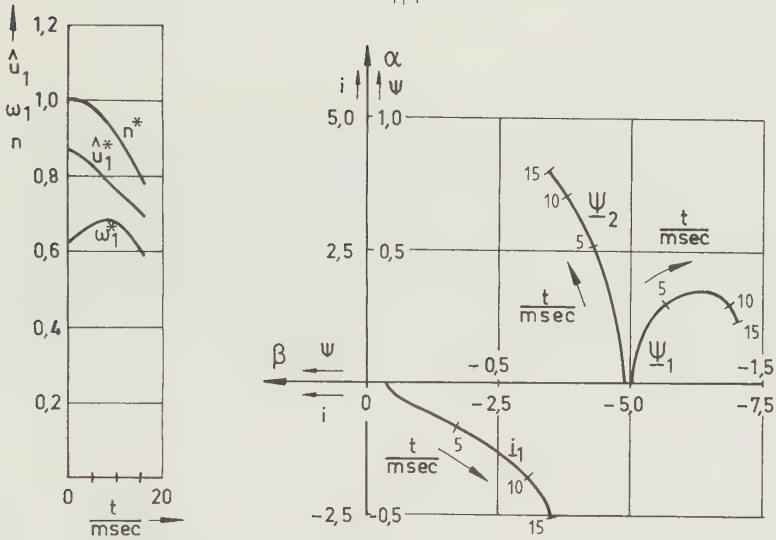


Bild 10.13 Drehmomentaufbau für einen optimalen Bremsvorgang

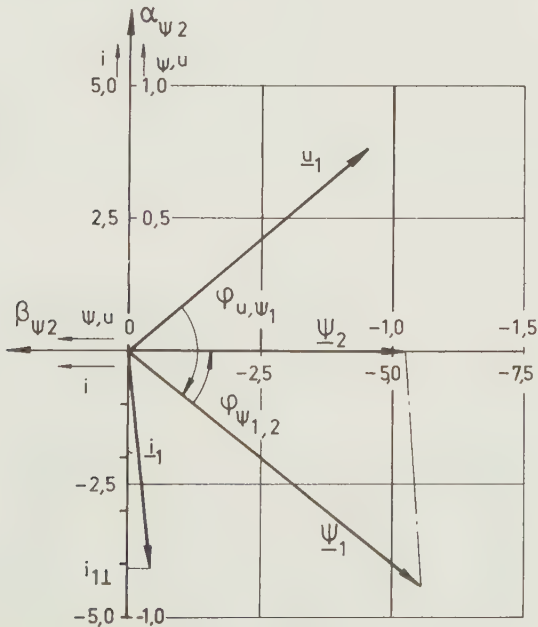


Bild 10.14 Stationäre Lage der Raumzeiger beim Bremsvorgang, Beispiel 10, bei $t = 20$ msec. Mit $\omega_2 = -0,19$ folgt aus Gleichung (10.3) der Wert für $i_1 = -4,0$

Bereich III Drehmomentabbau

Die optimale Führung der Steuergrößen im Bereich III ist beim Stillsetzvorgang sehr differenziert. Dies zeigt insbesondere die Führung der Ständerspannungsamplitude $\hat{u}_1(t)$ mit dem charakteristischen zweimaligen Phasensprung um 180° in der Führung des Ständerspannungsraumzeigers. Diese Phasensprünge und der Betrieb bei $\hat{u}_1(t) < 0$ sind für den schnellen Drehmomentabbau entscheidend. Mit dem negativen Wert von $\hat{u}_1(t)$ werden in der Zeit ($40 \text{ msec} \leq t \leq 50 \text{ msec}$) $\underline{\psi}_1$ und $\underline{\psi}_2$ auf den Punkt $(-j1)$ zugeführt. Dabei wird $\underline{\psi}_1$ verkleinert. Zu bemerken ist, daß bei $t \approx 50 \text{ msec}$ $\Psi_{1\alpha}(t) < 0$ auftritt und der Ständerstrom in Richtung auf die negative α -Achse geführt wird, also die Komponente $i_{1\beta}$ bereits abgebaut wird.

Hierbei wird der Maschine in elektrischer Hinsicht kurzzeitig sogar Wirkleistung zugeführt, da der Winkel zwischen $\underline{u}_1$ und $\underline{i}_1$ während des Zeitbereiches, in dem $\hat{u}_1(t) < 0$ ist, kleiner als 90° ist. Die Stromkomponente $i_{1\alpha}$ und dadurch auch das Drehmoment bleiben wegen $\hat{u}_1(t) < 0$ aufrechterhalten. Die Ständerstromkomponente $i_{1\alpha}$ mit der in den Streuinduktivitäten gespeicherten magnetischen Energie wird erst durch den erneuten Phasensprung des Ständerspannungsraumzeigers mit einer kurzen positiven Spannungsspitze $\hat{u}_1(t) > 0$, $t > 50 \text{ msec}$ schnell abgebaut. Die Raumzeiger $\underline{\psi}_1$ und $\underline{\psi}_2$ werden dabei symmetrisch auf ihre Ruhelage zugeführt: $t > 50 \text{ msec}$ in Bild 10.15.

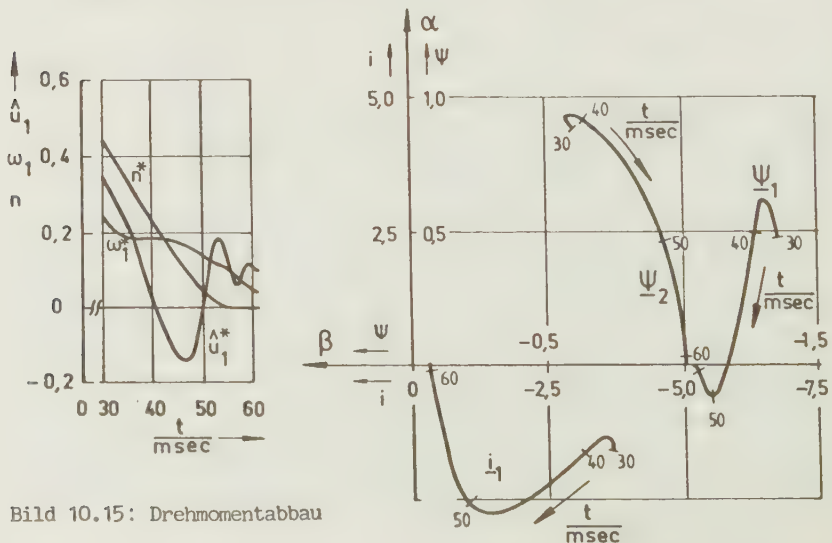


Bild 10.15: Drehmomentabbau

Diese zunächst etwas paradox erscheinende Führung des Ständerspannungsraumzeigers ist ganz entscheidend für die möglichst lange Aufrechterhaltung eines großen Bremsmomentes und einem dann zügigen Drehmomentabbau. Werden die Phasensprünge in der Rechnung durch Einfügung der Zusatzbedingung $\hat{u}_1(t) \geq 0$ verhindert, so ergibt sich ein vergleichsweise schleichender Drehmomentabbau, was resultierend zu einer Vergrößerung der Bremszeit führt. Bei $t = t_1 = 62 \text{ msec}$ muß dann zum Abschluß des Stillsetzvorganges der Ständerspannungsraumzeiger um $-\frac{\pi}{2} \hat{=} -90^\circ$ auf die Lage der Gleichstromerregung mit $\underline{\psi}_1(t) = -j1$, $t > t_1^*$ zurückspringen.

11. Beschleunigungsvorgänge bei linearen Drehzahlregelungen

Im folgenden Kapitel soll an typischen Beschleunigungsvorgängen kurz betrachtet werden, welche Ergebnisse mit linearen Drehzahlregelungen erzielbar sind. Dazu wird von dem in Bild 11.1 dargestellten prinzipiellen Drehzahlregelkreis für den Asynchronmotorantrieb ausgegangen. In Analogie zu den gesteuerten Hochlaufvorgängen wird auch hier nur das Führungsverhalten des geschlossenen Regelkreises bei unbelasteter Maschine $d_L = 0$ betrachtet.

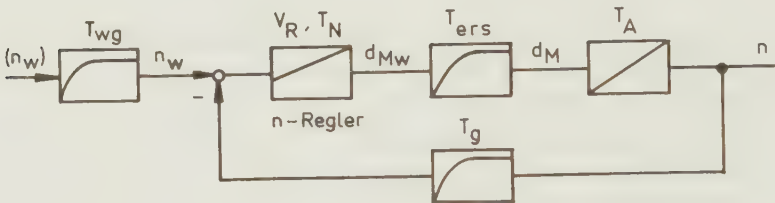


Bild 11.1 Grundstruktur des Drehzahlregelkreises mit Berücksichtigung des geschlossenen Drehmomentregelkreises durch eine Ersatzkonstante T_{ers}

In Bild 11.1 ist für die Bildung des Drehmomentes angenommen, daß diese über ein Verzögerungsglied 1. Ordnung mit der Ersatzzeitkonstante T_{ers} angenähert werden kann /6/. Für die beiden näher betrachteten Regelverfahren ist dies zulässig, wie noch gezeigt wird. Auf Fälle, in denen diese Annahme nicht gerechtfertigt ist, wird kurz eingegangen. ¹⁾

Im folgenden sollen die dynamischen Möglichkeiten zweier Verfahren näher betrachtet werden, die in Kapitel 3.2 bereits angesprochen wurden: das von Hasse vorgestellte Verfahren /15/ und das von Blaschke eingeführte Verfahren der Feldorientierung /3/. Die Speisung erfolge in beiden Fällen

¹⁾ Anmerkung Die Angabe der Zahlenwerte für die Zeitkonstanten T_{ers} , T_g und T_v beziehen sich auf den hier betrachteten Asynchronmotor von 10 kW Nennleistung.

aus einem Pulsumrichter mit Gleichspannungszwischenkreis. Dabei werde angenommen, daß der Umrichter hinsichtlich der Strombelastbarkeit eine Leistungsfähigkeit besitze, wie sie auch für die Berechnung der optimalen Steuerfunktion in dieser Arbeit vorausgesetzt wurde. Als Vergleichsvorgänge dienen die in Bild 10.1 und 10.10 bzw. 10.11 aufgetragenen Beschleunigungsvorgänge bei erregter Maschine. Um einen sinnvollen Vergleich zu ermöglichen, wird für den Betrieb bei konstantem Drehmoment auch bei der Regelung die gleiche maximale Ständerstrombelastung der Maschine wie bei den zeitoptimalen Hochlaufvorgängen angenommen. Dies kann durch eine Begrenzung der Läuferkreisfrequenz auf

$$\omega_{2\Psi_{2\max}} = 0,16 \quad (11.1)$$

entsprechend dem Wert, der bei dem Vorgang in Bild 10.1 vorliegt, erreicht werden. Damit gilt $\omega_{2\Psi_{2\max}} \approx 3 \omega_{2N}$.

In den Bildern 11.2 und 11.3 ist jeweils eine prinzipielle Ausführungsform des Regelungsverfahrens angegeben. Die Funktion der Regelungsverfahren soll hier nur so weit betrachtet werden, wie sie für die Festlegung der ungefähren Werte der Ersatzzeitkonstante T_{ers} notwendig ist.

Ermittlung der Ersatzzeitkonstante T_{ers}

1. Verfahren mit Zweipunktstromreglern in jedem Maschinenstrang

Wie Bild 11.2 zeigt, erfolgt die Stromregelung in jedem Strang über Zweipunktregler mit Hysterese. Damit die Stromregelkreise als entkoppelt angesehen werden können sei eine Sternpunktverbindung zu dem Mittelpunkt des Gleichspannungszwischenkreises vorhanden. Der Stromistwert wird dabei nach Maßgabe der Reglerhysterese in einen gewissen Toleranzband um den Stromsollwert geführt. Die maximale Stromanstiegsgeschwindigkeit ist hoch, da am Maschinenstrang jeweils die halbe Umrichterspannung durchgeschaltet ist. In [14] wurde bei dieser Anordnung unter Einsatz von Leistungstristoren in einem Antrieb mit einer 11 kW - Maschine durch Frequenzgangmessungen für die Bildung des Drehmomentes bei geschlossenem Stromregelkreis eine Ersatztotzeit $T_t \hat{=} 0,65$ msec gemessen, wobei die Maschine in der genannten Arbeit auch bei Beschleunigungsvorgängen höchstens mit dem Nennstrom belastet wurde. Mit dem Grenzwert $\omega_{2\Psi_{2\max}} = 0,16$ wird jedoch hier angenommen, daß die Maschine bei Beschleunigung etwa mit $I_{1\max} \approx 3$ (vgl. Gleichung (3.37)) betrieben wird,

so daß dieser günstigste Wert für T_t dann sicher nicht erreichbar ist. Da jedoch bei erregter Maschine der Stromaufbau in der α_{ψ_2} - Richtung senkrecht zum Läuferfluß $\underline{\psi}_2$ erfolgt (vgl. Gleichung (3.34)), wird die Stromänderungsgeschwindigkeit im wesentlichen durch die Streureaktanzen und die Spannungsreserve des Umrichters entsprechend der Zwischenkreisspannung bestimmt. Diese Spannungsreserve ist insbesondere im Stillstand sehr hoch. Wesentlich für die Größe der Ersatzzeitkonstante ist die maximal zulässige Pulsfrequenz des Umrichters. Bei Bühler /7/ wird als Richtwert $T_{ers} = 0,2 T_p$ bei kleinen Sollwertänderungen genannt, wobei T_p die Pulsperiode des Umrichters ist (ca. 1 msec). In Anbetracht der hier vorliegenden großen Sollwertsprünge ist damit

$$T_{ers} \hat{=} 2 \text{ msec} \quad (11.2)$$

ein realistischer Wert.

2. Verfahren der Feldorientierung nach Blaschke

Es werde angenommen, daß eine Feldorientierung an dem Läuferfluß $\underline{\psi}_2$ erfolgen soll, dessen Größe und Richtung durch Messung von Luftspaltfluß und Ständerstrom ermittelt werden kann. Mit dieser Annahme gelten bei Konstanthaltung des Läuferflusses $\underline{\psi}_2$ für die zu führenden Stromkomponenten die gleichen formalen Beziehungen wie beim Verfahren nach Hasse (Gleichungen (3.34) und (3.35)). Im Unterschied zu der oben betrachteten Regelungsstruktur erfolgt hier die Regelung der Stromkomponenten vor Durchführung der Koordinatentransformation in dem am Läuferfluß orientierten Koordinatensystem durch lineare Regler. Im stationären Betrieb treten an den Ein- und Ausgängen dieser Regler Gleichgrößen auf. Betrachtet man den für die Drehmomentbildung wichtigen $i_{1\alpha}$ - Regler der als PI - Regler ausgeführt sein möge, so kann dieser Regler wie folgt eingestellt werden. Die wirksame Zeitkonstante für den Aufbau des Ständerstromes $i_{1\alpha\psi_2}$ bei $\underline{\psi}_2 = \text{konst}$ ist, wie z.B. bei Bühler /7/ dargestellt, durch

$$T_{\sigma} = \frac{X_{1\sigma} + X_{2\sigma}}{R_1} \quad (\hat{=} 17,5 \text{ msec}) \quad (11.3)$$

gegeben.¹⁾ Auf diese Zeitkonstante wird die Nachstellzeit des Reglers eingestellt. Die Proportionalverstärkung des Reglers kann dann entspre-

¹⁾ Anmerkung Streng genommen sind hier die Reaktanz und der Widerstand des Umrichters mit zu berücksichtigen.

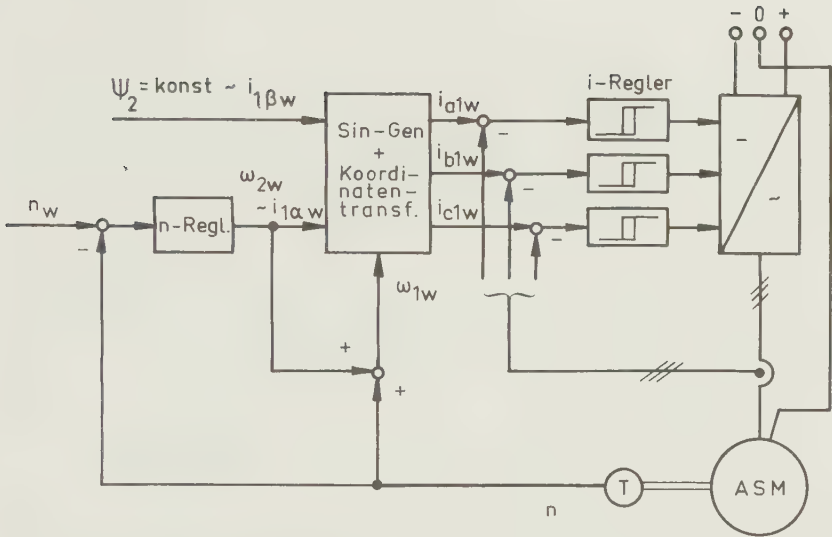


Bild 11.2 Regelungsanordnung einer Drehzahlregelung mit Zweipunktstromreglern (nach Hasse)

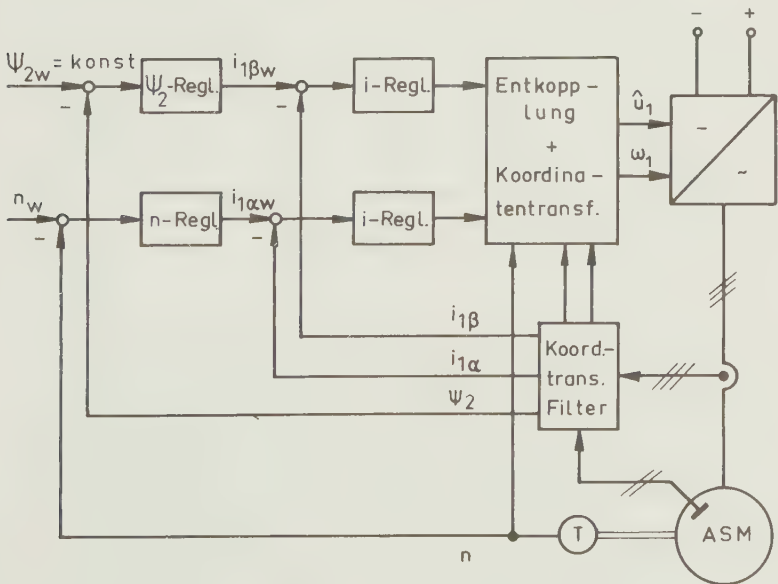


Bild 11.3 Regelungsanordnung einer Drehzahlregelung nach dem Prinzip der Feldorientierung von Blaschke

chend dem Betragsoptimum nach Maßgabe der noch im gesamten Kreis wirk-
samen Verzögerungszeitkonstante T_V , die sich im wesentlichen aus der
Glättungszeitkonstante für die Stromistwerterfassung und der Verzögerungs-
zeit des Umrichters zusammensetzt, abgestimmt werden. Für den geschlos-
senen Regelkreis läßt sich eine Ersatzzeitkonstante

$$T_{\text{ers}} = 2 T_V \quad (11.4)$$

angeben, wobei hier bei der Größenordnung des betrachteten Antriebes und
einer ausreichend hohen Pulsfrequenz des Umrichters unter günstigsten Vor-
aussetzungen eine minimale Ersatzzeitkonstante von

$$T_{\text{ers}} \hat{=} 5 \text{ msec}$$

zu erwarten ist.

Betrachtung der Drehzahlregelung

Die oben angegebenen Zahlenwerte können nur als ungefähre Anhaltswerte
betrachtet werden. Die Leistungsfähigkeit linearer Drehzahlregelungen
läßt sich trotzdem auch mit dieser sehr idealisierten Betrachtung rela-
tiv gut abschätzen und für Vergleiche mit den optimalen Ergebnissen
heranziehen, wie an einigen markanten Beispielen gezeigt werden soll.
Die Einstellung des Drehzahlreglers soll nach zwei verschiedenen Ver-
fahren erfolgen: Nimmt man einen unbelasteten Antrieb an und seien
keine Störungen durch Lastdrehmomente zu erwarten ($d_L = 0$), so kann zur
Regelung ein P - Regler eingesetzt werden, dessen Einstellung nach dem
Betragsoptimum /13/ erfolgt:

$$V_P = \frac{T_A}{V_S 2 (T_{\text{ers}} + T_G)} \quad (11.5)$$

In den nachfolgenden Bildern sind die Beschleunigungsvorgänge aus dem
Stillstand $n_0 = 0$ auf $n_1 = 1,0$ bzw. $n_1 = 0,2$ gezeigt. Wesentlich ist
hierbei, daß zum Schutz der Maschine die Begrenzung der Läuferkreis-
frequenz auf $\omega_2 \psi_2 < \omega_2 \psi_{2\text{max}} = 0,16$ realisiert ist. In den Bildern 11.4,
11.5 und 11.6 sind für die drei Ersatzzeitkonstanten

$$T_{\text{ers}} \hat{=} 2 \text{ msec}, 5 \text{ msec und } 10 \text{ msec}$$

die resultierenden Drehzahlverläufe eingetragen. (Vergleichsbilder
sind 10.1 und 10.9.) Zu beachten ist, daß $\omega_1(t)$ und $\omega_1 \psi_2(t)$ nur bei

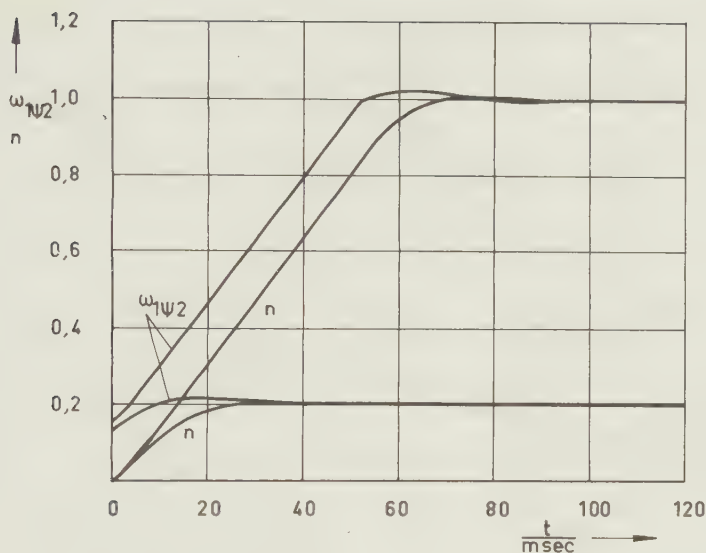


Bild 11.4 Beschleunigungsvorgänge bei $T_{\text{ers}} \hat{=} 2 \text{ msec}$, $T_g \hat{=} 5 \text{ msec}$.
 n - Reglereinstellung nach dem Betragsoptimum. Begrenzung von $\omega_{\psi 2}(t)$ auf $\omega_{\psi 2}(t) < 0,16$

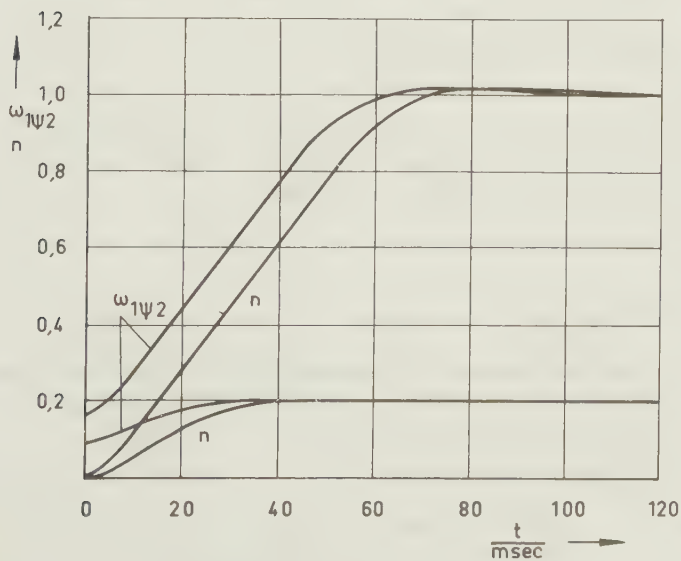


Bild 11.5 Beschleunigungsvorgänge bei $T_{\text{ers}} \hat{=} 5 \text{ msec}$, $T_g \hat{=} 5 \text{ msec}$.
 n - Reglereinstellung nach dem Betragsoptimum. Begrenzung von $\omega_{\psi 2}(t)$ auf $\omega_{\psi 2}(t) < 0,16$

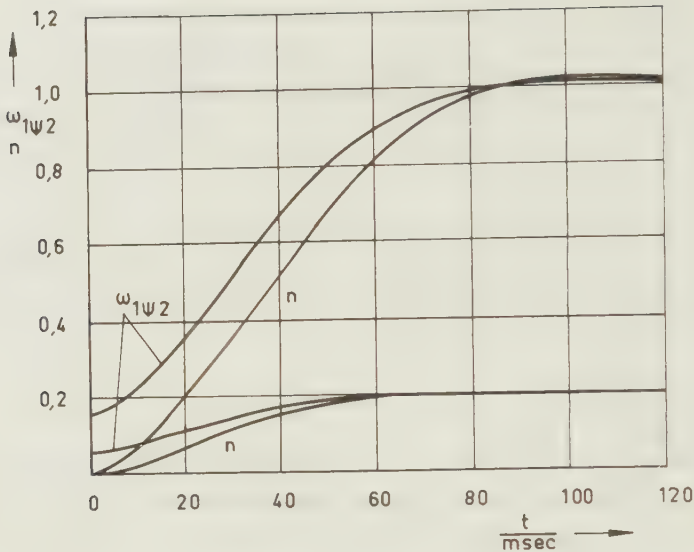


Bild 11.6 Beschleunigungsvorgänge bei $T_{\text{ers}} \hat{=} 10 \text{ msec}$, $T_g \hat{=} 5 \text{ msec}$.
 n - Reglereinstellung nach dem Betragsoptimum. Begrenzung von $\omega_{2\psi_2}(t)$ auf $\omega_{2\psi_2}(t) < 0,16$

festen Phasenbeziehungen und konstantem Drehmoment übereinstimmen (vgl. Kapitel 3.1).

Damit der Einfluß eines Lastdrehmomentes ausgeglichen werden kann, muß ein PI - Regler eingesetzt werden. Die Einstellung dieses Reglers erfolgt nach dem Symmetrischen Optimum [13] wie folgt:

$$T_N = 4 (T_{\text{ers}} + T_g) \quad (11.6)$$

$$V_P = \frac{T_A}{\sqrt{s} \cdot 2 (T_{\text{ers}} + T_g)} \cdot \quad (11.7)$$

Zur Vermeidung des bei dieser Einstellung resultierenden relativ starken Überschwingens bei Vorgabe eines Sollwertsprunges ist es zweckmäßig, in den Drehzahlsollwertkanal eine Sollwertglättung von

$$T_{\text{wg}} = 4 (T_{\text{ers}} + T_g) \quad (11.8)$$

einzufügen. In den Bildern 11.7 und 11.8 sind für $T_{\text{ers}} \hat{=} 2 \text{ msec}$ und

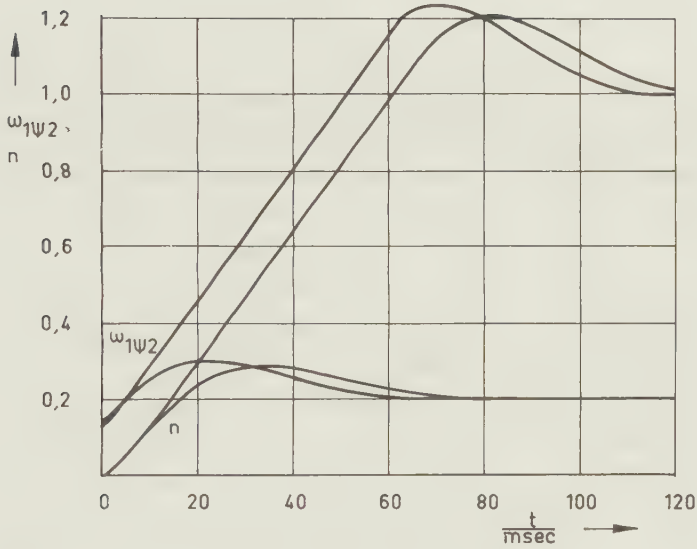


Bild 11.7 Beschleunigungsvorgänge bei $T_{\text{ers}} \hat{=} 2$ msec, $T_g \hat{=} 5$ msec.
 n - Reglereinstellung nach dem Symmetrischen Optimum ohne
 Sollwertglättung mit Begrenzung $\omega_{2\psi 2}(t) < 0,16$

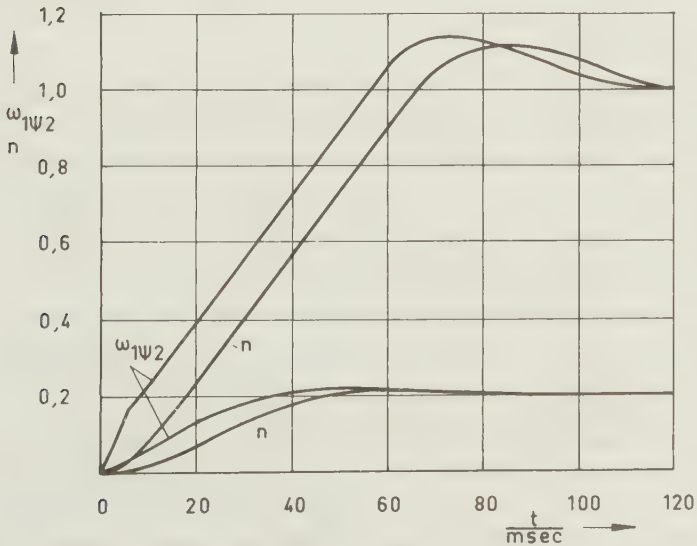


Bild 11.8 Beschleunigungsvorgänge wie in Bild 11.7, jedoch mit Sollwertglättung

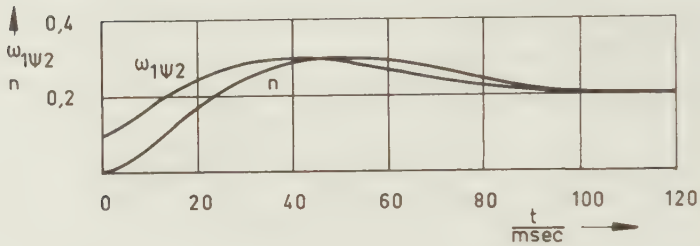
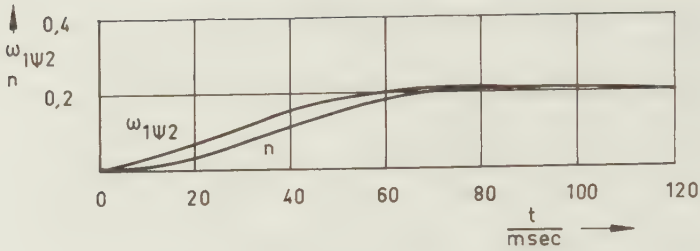


Bild 11.9 Beschleunigungsvorgänge bei $T_{\text{ers}} = T_g \hat{=} 5 \text{ msec}$. n - Reglereinstellung nach dem Symmetrischen Optimum mit bzw. ohne Sollwertglättung

$T_g \hat{=} 5 \text{ msec}$ und in Bild 11.9 für $T_g = T_{\text{ers}} \hat{=} 5 \text{ msec}$ einige Beschleunigungsvorgänge gezeigt, die sich mit dieser Reglereinstellung ergeben. Zu bemerken ist, daß insbesondere bei Einsatz der Sollwertglättung nur relativ große Anregelzeiten erzielbar sind, wobei darüberhinaus zu beachten ist, daß die Sollwertglättung bei großen Drehzahlsprüngen ihre Wirksamkeit zur Abdämpfung des Überschwingens weitgehend verliert: Bild 11.8 oben.

Bei den Betrachtungen kleiner Drehzahlsprünge ist der markanteste Unterschied zwischen den Ergebnissen bei optimaler Steuerung (vgl. Beispiel 3a und 3b, Bild 10.10 und 10.11) und Regelung dadurch gegeben, daß bei zeitoptimaler Maschinenführung die erzielbare Hochlaufzeit nahezu proportional zur Größe des verfahrenen Drehzahlsprunges ist, während die An- bzw. Ausregelzeit bei der linearen Regelung (ohne Begrenzungen) durch die Summe der Zeitkonstanten $T_{\text{ers}} + T_g$ und die gewählte Reglereinstellung bestimmt ist und sich unabhängig von der Größe des Drehzahlsprunges ergibt.

Weitere Regelverfahren

In den beiden betrachteten Regelungsstrukturen war es zulässig, das Verhalten des geschlossenen Strom- bzw. Drehmomentregelkreises näherungsweise als Verzögerungsglied 1. Ordnung anzunehmen. Werden an Stelle der Zweipunktstromregler im Verfahren nach Hasse lineare Regler eingesetzt, so ist dies nicht mehr zulässig. Bei diesen linearen Reglern ergibt sich dann die Problematik, daß diese Regler auch bei stationärem Betrieb zur Nachführung der Ständerstrangströme entsprechend den sin-förmigen Führungsgrößen immer im dynamischen Betrieb arbeiten. Bei Speisung der drei galvanisch getrennten Stränge eines Asynchronmotors aus je einem Direktumrichter und Führung jedes Strangstromes über einen eigenen Regler und überlagerte lineare Regelungen in einem synchron mit dem Läuferfluß rotierenden Koordinatensystem wird ebenfalls bei Hasse /16/ für die resultierende Gesamtstruktur des geschlossenen Drehmomentregelkreises ein System zweiter Ordnung mit arbeitspunktabhängiger Dämpfung angegeben. Da bei der hier betrachteten Maschine der Direktumrichter insbesondere in Hinblick auf dessen eingegrenzten Frequenzbereich nicht von Interesse ist, kann eine weitere Diskussion entfallen.

Abschließend sei noch kurz die Möglichkeit betrachtet, nur die Größe des Ständerstromes in Abhängigkeit von der Läuferkreisfrequenz ω_2 gemäß Gleichung (3.25) bzw. (3.37) in einer der Drehzahlregelung unterlagerten Stromregelung ohne Berücksichtigung der Phasenlage zu führen. Wie u.a. bei Pfaff /26/ dargestellt ist, zeichnet sich diese Betriebsweise bei angenommener sprungförmiger Änderung von $i_1(t)$ und $\omega_2(t)$ durch starke Pendelungen in $\underline{\psi}_2(t)$ und $d_M(t)$ aus, die nur sehr schwach gedämpft sind. Diese Pendelungen würden im vorliegenden Fall bei erregter Maschine und Leerlauf bei einem angenommenen Sprung von ω_2 von 0 auf 0,16 wie in den betrachteten Beispielen eine Pendelung der Flüsse in der Maschine mit einer schwach gedämpften Schwingung von ca. 125 msec Schwingungsdauer und Überhöhungen im Läuferfluß auf $\text{Max} \{ \psi_2(t) \} > 1,3$ auslösen. Dieses unkontrollierte Maschinenverhalten und die zu erwartende starke Sättigung macht einen derartigen Betrieb für schnelle Beschleunigungsvorgänge sinnlos, weshalb auf die Angabe von Vergleichsverläufen verzichtet werden kann.

12. Zusammenfassung

Voraussetzung für den Betrieb des Asynchronmotors mit Kurzschlußläufer bei beliebiger veränderlicher Drehzahl ist die Speisung des Motors mit einem Drehspannungssystem variabler Frequenz und Amplitude. Mit der Zielsetzung, optimale, insbesondere zeitoptimale Übergangsvorgänge der Drehzahl des Motors zu erreichen, werden in der vorliegenden Arbeit die hierfür erforderlichen optimalen Zeitfunktionen für die Steuergrößen der Maschine, die Ständerkreisfrequenz $\omega_1(t)$ und die Amplitude $\hat{u}_1(t)$ berechnet. Die vorgestellten Simulationsergebnisse zeigen die große dynamische Leistungsfähigkeit, die der Asynchronmotor bei optimaler zeitlicher Führung seiner Steuergrößen bietet und lassen erkennen, welche Anforderungen an die Belastbarkeit des Motors und die Speiseeinrichtungen gestellt werden müssen. So liegt die für die Verwirklichung eines zeitoptimalen Betriebes erforderliche Überlastungsfähigkeit des Motors z.B. in Hinblick auf die Größe des Ständerstromes in der Größenordnung, die auch bei Gleichstrommotoren für hochdynamische Antriebe anzutreffen ist.

Die zeitliche Führung der Steuergrößen für die Erzielung zeitoptimaler Beschleunigungs-, Brems- und Reversiervorgänge zeigt, welche große Bedeutung der phasenrichtigen Führung der Ständerspannung beigemessen werden muß. Den vorgestellten Ergebnissen ist zu entnehmen, daß zur Realisierung eines zeitoptimalen Betriebes gerade in Hinblick auf schnelle Änderbarkeit der Spannungsamplitude und der Ständerfrequenz hohe Anforderungen an die Dynamik des speisenden Umrichters gestellt werden müssen. Im Vergleich zu stationären Betrachtungen ist bemerkenswert, daß bei zeitoptimalem Betrieb die Führung der Ständerkreisfrequenz $\omega_1(t)$ so erfolgt, daß sich für die Läuferkreisfrequenz $\omega_2(t)$ kurzzeitig durchaus Werte einstellen, die weit über dem aus dem stationären Kippschlupf folgenden Wert liegen. Hohe Anforderungen an die zeitliche Führung der Ständerspannung werden insbesondere bei zeitoptimalen Stillsetzvorgängen und der Ausführung von kleinen Drehwinkelsprüngen vom Stillstand wieder zum Stillstand gestellt, wie die eingehende Betrachtung dieser Vorgänge zeigt.

Aus mathematischer Sicht ist wesentlich, daß das zur Optimierung angewandte Gradientenverfahren auch bei dem stark nichtlinearen umfangreichen System des Asynchronmotors und komplexen Optimierungszielsetzungen ein

gutes Konvergenzverhalten zeigt. Auf die Lösung charakteristischer Konvergenzprobleme wird ausführlich eingegangen. Besondere Aufmerksamkeit wird hierbei der Absicherung der Ergebnisse gewidmet.

Über die individuelle Formulierung der Gütefunktion bietet das erarbeitete Optimierungsverfahren die Möglichkeit, optimale Steuerfunktionen für verschiedene Randbedingungen und Zielsetzungen zu berechnen. Es ist nicht das Ziel der Arbeit, eine neue Regelungsstruktur zu entwerfen. Dennoch sind die Ergebnisse sehr gut geeignet, als Vergleichsgrundlage zu bestehenden oder geplanten Regelungskonzepten zu dienen, wie an einigen Beispielen gezeigt wird. Die Systematisierung der Ergebnisse zeitoptimaler Drehzahl- und Drehwinkelvorgänge ermöglicht einen guten Einblick in die optimalen physikalischen Zusammenhänge in der Maschine.

Literaturverzeichnis

- / 1 / Athans, M. Optimal Control
Falb, P.L. Mc Graw - Hill Book Company New York 1966
- / 2 / Blaschke, F. Zwischenkreisumrichter zur Speisung von Asyn-
Hütter, G. chronmaschinen für Motor- und Generatorbetrieb
Scheider, U. ETZ - A 89 (1968) S. 108 - 112
- / 3 / Blaschke, F. Das Prinzip der Feldorientierung, die Grundlagen
für die Transvektor-Regelung von Drehfeldmaschinen
Siemens - Z 45 (1971) S. 757 - 760
- / 4 / Blaschke, F. Das Verfahren der Feldorientierung zur Regelung
der Drehfeldmaschine
Dissertation TU Braunschweig 1974
- / 5 / Blumenthal, M. Die feldorientiert betriebene umrichtergespeiste
Asynchronmaschine mit Statorstromeinprägung
Dissertation Universität (TH) Karlsruhe 1975
- / 6 / Bühler, H. Einführung in die Theorie geregelter Drehstrom-
antriebe
Band 1: Grundlagen
Birkhäuser Verlag Basel 1977
- / 7 / wie / 6 / Band 2: Anwendungen
- / 8 / Dabbous, A. A. Ermittlung des Kurzschlußstromes von ungeschrägten
Asynchronmaschinen unter Berücksichtigung der
Eisensättigung
ETZ - A 85 (1964) S. 76 - 79
- / 9 / Dabbous, A. A. Sättigungseinfluß auf die Kurzschlußstromkennlinie
von ungeschrägten Asynchronmaschinen
ETZ - A 85 (1964) S. 115 - 119
- / 10 / Flöter, W Die Transvektor-Regelung für den feldorientierten
Rippberger, H. Betrieb einer Asynchronmaschine
Siemens - Z 45 (1971) S. 761 - 764

- /11/ Flügel, W. Erweitertes Verfahren zur dynamisch richtigen Steuerung des Flusses bei der Drehzahlregelung von umrichter gespeisten Asynchronmaschinen
ETZ - A 99 (1978) S. 185 - 188
- /12/ Franz, P. Zur Dynamik von Drehstrom-Asynchronmotoren mit Käfiganker unter Berücksichtigung der Oberfelder und der Streufeldsättigung
Dissertation TU München 1974
- /13/ Fröhr, F. Einführung in die elektrische Regelungstechnik
Orttenburger, F. Verlag Siemens AG Berlin München 1970
- /14/ Hasse, K. Zur Dynamik drehzahl geregelter Antriebe mit stromrichtergespeisten Asynchron - Kurzschlußläufermaschinen
Dissertation TH Darmstadt 1969
- /15/ Hasse, K. Drehzahlregelverfahren für schnelle Umkehrantriebe mit stromrichtergespeisten Asynchron - Kurzschlußläufermotoren
RT 20 (1972) S. 60 - 66
- /16/ Hasse, K. Control of cycloconverters for feeding of asynchronous machines
Proc. 2. IFAC - Symposium Control in Power Electronics and Electrical Drives Düsseldorf 1977
S. 537 - 546
- /17/ Heintze, K. Pulswechselrichter zur Drehzahlsteuerung von
Tappeiner, H. Asynchronmaschinen
Weibelzahl, M Siemens - Z 45 (1971) S. 154 - 161
- /18/ Hofer, E. Numerische Methoden der Optimierung
Lunderstädt, R. R. Oldenbourg Verlag München Wien 1975
- /19/ Klautschek, H. Asynchronmaschinenantriebe mit Strom - Zwischenkreisumrichtern
Siemens - Z 50 (1976) S. 23 - 28

- /20/ Kovács, K.P. Transiente Vorgänge in Wechselstrommaschinen
Racz, I. Verlag der ungarischen Akademie der Wissenschaften
Budapest 1959
- /21/ Kovács, K.P. Programmierung von Asynchronmaschinen für Analog-
rechner unter Berücksichtigung der Sättigung
Archiv für Elektrotechnik 47 (1962) S. 193 - 206
- /22/ Landeck, W. Selbstgeführte Zwischenkreisumrichter mit einge-
Putz, U. prägtem Strom für Drehstrom - Asynchronmotoren
AEG Techn. Mitt. 67 (1977) S. 11 - 16
- /23/ Meier, C. Computation of optimum control functions for
transients of induction motors
Proc. 2. IFAC - Symposium Control in Power Elec-
tronics and Electrical Drives Düsseldorf 1977
S. 501 - 509
- /24/ Nitschke, H. J. Umrichter für Drehstromantriebe
Putz, U. AEG Techn. Mitt. 67 (1977) S. 2 - 6
- /25/ Pfaff, G. Regelung elektrischer Antriebe I
R. Oldenbourg Verlag München Wien 1971
- /26/ Pfaff, G. Time - response analysis of inverter - fed in-
duction motors with controlled stator current
Proc. 2. IFAC - Symposium Control in Power Elec-
tronics and Electrical Drives Düsseldorf 1977
S. 493 - 499
- /27/ Sage, A.P. Optimum Systems Control
Prentice - Hall, Inc. Englewood Cliffs, N. J. (1968)
- /28/ Salzmann, Th. Direktumrichter und Regelkonzept für getriebelosen
Antrieb von Rohrmühlen
Siemens - Z. 51 (1977) S. 416 - 422

- /29/

Schönung, A.
Stemmler, H.

Geregelter Drehstrom - Umkehrantrieb mit gesteuertem Umrichter nach dem Unterschwingungsverfahren

BBC - Mitt. 51 (1964) S. 555 - 577 und
BBC - Nachr. 46 (1964) S. 699 - 721
- /30/

Sperling, P.

Die umrichtergespeiste Asynchronmaschine im Betrieb mit eingepprägten Rechteckströmen

Siemens - Z 45 (1971) S. 508 - 514
- /31/

Stemmler, H.

Steuerverfahren für ein- und mehrpulsige Unterschwingungswechselrichter zur Speisung von Kurzschlußläufermotoren

Dissertation TH Aachen 1970
- /32/

Stemmler, H.

Ein- und mehrpulsige Unterschwingungswechselrichter Steuerverfahren, Strom- und Spannungsverhältnisse IFAC - Symposium Regelung und Steuerung in der Leistungselektronik und bei elektrischen Antrieben

Düsseldorf Preprints Bd 1 VDI/VDE - Verlag
Düsseldorf (1974) S. 457 - 472
- /33/

Stiebler, M.

Die Berechnung von Übergangsvorgängen bei Induktionsmaschinen mit Stromverdrängungsläufern

Archiv für Elektrotechnik 51 (1966) S. 23 - 37
- /34/

Warnecke, K.-F.

Wechselwirkung zwischen Umrichter, Signalverarbeitung und Regelung bei einem Stromrichter-motor mit Käfigläufer

Dissertation TH Darmstadt 1976
- /35/

Weihrich, G.

Optimale Regelung linearer deterministischer Prozesse

R. Oldenbourg Verlag München Wien 1973

Verzeichnis der Formelzeichen und Benennungen

Maschinenvariablen

d_M	Drehmoment
$\underline{i}_1, \underline{i}_2$	Raumzeiger des Ständer- und Läuferstromes
i_1, i_2	Betrag des Ständer- und Läuferstromes
I_1, I_2	Betrag des Ständer- und Läuferstromes bei stationärem Betrieb
$\underline{i}_{a1}, \underline{i}_{b1}, \underline{i}_{c1}$	Raumzeiger der Ständerstrangströme
i_{a1}, i_{b1}, i_{c1}	Augenblickswerte der Ständerstrangströme
$i_{1\alpha}, i_{1\beta}$	Komponenten des Ständerstromraumzeigers im α - β -Koordinatensystem
n	Drehzahl
$\underline{u}_1$	Ständerspannungsraumzeiger
$\hat{u}_1$	Amplitude der Ständerspannung
u_{a1}, u_{b1}, u_{c1}	Augenblickswerte der Ständerstrangspannungen
$u_{1\alpha}, u_{1\beta}$	Komponenten des Ständerspannungsraumzeigers im α - β -Koordinatensystem
$\underline{\psi}_1, \underline{\psi}_2$	Raumzeiger des Ständer- und Läuferflusses
ψ_1, ψ_2	Betrag des Ständer- und Läuferflusses
$\psi_{1\alpha}, \psi_{1\beta}$	Komponenten des Ständerflußraumzeigers im α - β -Koordinatensystem
λ	Drehwinkel des Ständerspannungsraumzeigers in Bezug auf das räumlich stillstehende Koordinatensystem
ϑ	Drehwinkel des Läufers
ω_1	Kreisfrequenz der Ständerspannung
ω_2	Kreisfrequenz der Läufergrößen in Bezug auf das mit ω_1 umlaufende α - β -Koordinatensystem
ω_k	Kreisfrequenz des α - β -Koordinatensystems bei freier Führung
φ_u, φ_1	Winkel zwischen den Raumzeigern der Ständerspannung und des Ständerflusses (nacheilend positiv gezählt)
$\varphi_{\psi 1, 2}$	Winkel zwischen den Raumzeigern des Ständer- und Läuferflusses (nacheilend positiv gezählt)
λ_k	Drehwinkel des α - β -Koordinatensystems bei freier Führung

Maschinenkonstanten

R_1, R_2	Ständer- und Läuferwiderstand
X_1, X_2	Ständer- und Läufersumme der Induktivitäten
X_h	Hauptfeldreaktanz
$X_{1\sigma}, X_{2\sigma}$	Ständer- und Läuferstreureaktanz
σ	totaler Streukoeffizient
T_A	Nennhochlaufzeit

Optimierungsverfahren, Gütefunktion

$\underline{u}$	Steuervektor
$\underline{x}$	Zustandsvektor
$\underline{\lambda}$	Vektor des Adjungierten Systems
$\underline{f}$	Vektor von Funktionen
$\underline{N}$	Vektor von Randbedingungsfunktionen
	(alle Vektoren sind Spaltenvektoren)
$\lambda_1, \dots, \lambda_6$	Elemente von $\underline{\lambda}$
H	Hamiltonfunktion
Φ	Integralanteil der Gütefunktion
Θ	Anteil der Gütefunktion zur Bewertung des Endzustandes
J, J_1	Gütefunktionen
$k, K, K(t)$	Gewichtsfaktoren, auch zeitabhängig

Allgemeine Variablen

t	Zeit
τ	rückwärts laufende Zeit
ϵ	kleine Größe

Indizes unten

0	z.B. bei I_{10} Leerlaufstrom
0	bei $x_0, t_0, n_0 \dots$ Anfangszustand bei $t = 0$
1	bei $x_1, t_1, n_1 \dots$ Endzustand bei $t = t_1$
1	bei Raumzeigern und Maschinengrößen: Ständergröße
2	bei Raumzeigern und Maschinengrößen: Läufergröße
N	Nenngröße
a, b, c	Strangergröße
st	Kennzeichnung des ständerfesten Koordinatensystems
Ψ_2	Kennzeichnung des am Läuferfluß $\underline{\Psi}_2$ orientierten Koordinatensystems und der in diesem System auftretenden Komponenten von Raumzeigern
$\perp$	Kennzeichnung der senkrecht auf dem Läuferfluß $\underline{\Psi}_2$ stehenden Ständerstromkomponente
w	Führungsgröße in Regelungen
s	Sollfunktion
G	Grenzfunktion
K	Kurzschlußwert

Indizes und Kennzeichen oben

0	Startvorgang der Iterationsrechnung
N	Funktion des N-ten Iterationsschrittes
*	optimal
(*)	suboptimal, Nebenminimum
T	bei Vektoren: transponiert, z.B. $\underline{\lambda}^T = (\lambda_1, \dots, \lambda_6)$ als Zeilenvektor

Bezeichnung

erregt	Maschine wird bis $t = 0$ mit Gleichstrom in der Ständerwicklung erregt und besitzt damit ein stillstehendes Feld
--------	---

Anhang 1

Abschätzung der Anteile, die bei Bildung des Adjungierten Systems vernachlässigt werden mußten

Wie Gleichung (7.3) zeigt, sind bei Berücksichtigung der Streuwegsättigung zur vollständigen Verifizierung dieser Differentialgleichung zahlreiche Produktbildungen der Komponenten von $\underline{\lambda}(t)$ mit $\underline{\psi}_1(t)$ und $\underline{\psi}_2(t)$ erforderlich. Bei der Realisierung dieser Differentialgleichungen auf einem Hybridrechner müßten hierzu analoge Multiplizierer oder Digital-Analogmultiplizierer (DA-Wandler mit analogem Eingang) eingesetzt werden. Auf Grund der begrenzten Anzahl dieser Rechenkomponenten mußte im vorliegenden Fall bei der Berechnung der Beispiele auf die Berücksichtigung der mit $\frac{\partial}{\partial \psi_{1\alpha}} \left(\frac{1}{\sigma} \right)$ verknüpften Terme verzichtet werden.

Im folgenden soll kurz betrachtet werden, in welcher Größenordnung der Fehler bei der Berechnung jedes Summanden liegt. Betrachtet man Gleichung (7.3), so muß jeder Term der inneren Struktur gesondert bewertet werden. Dabei spielt insbesondere die Größe des Stromes eine entscheidende Rolle. Die vernachlässigten Terme werden mit maximalem Strom am größten. In Hinblick auf die untersuchten Beispiele, bei denen etwa $i_{1\max} = 4$ (A 1.1) gilt, wird deshalb bei der Abschätzung von dieser Größe des Ständerstromes ausgegangen. Weiterhin kann $i_2 \approx -i_1$ (A 1.2) gesetzt werden. Unter Zugrundelegung der Phasenlagen des Ständerstromes z.B. bei einem optimalen Beschleunigungsvorgang (z.B. Bild 7.9) folgt mit Gleichung (A 1.1) (für $t > 20$ msec)

$$i_{1\alpha \max} \approx 3 \quad (\text{A 1.3})$$

und

$$i_{1\beta \max} \approx 2,5 \quad (\text{A 1.4})$$

Weiterhin gilt bei diesen Werten:

$$\sigma = 0,0825 \quad (\text{A 1.5})$$

und aus Bild 7.1 folgt

$$\left. \frac{\partial}{\partial \{i_1^2\}} \left(\frac{1}{\sigma} \right) \right|_{i_1 = 4} = 0,15 \quad (\text{A 1.6})$$

Mit der Abkürzung

$$\frac{1}{1 - 2\sigma i_1^2 \frac{\partial}{\partial \{i_1^2\}} \left(\frac{1}{\sigma}\right) \frac{\partial}{\partial \{i_1^2\}} \left(\frac{1}{\sigma}\right)} = D_\sigma \quad (\text{A } 1.7)$$

ergeben sich für die mit λ_v , $v = 1, \dots, 5$ in Gleichung 7.3 verknüpften Terme nach kurzen Zwischenrechnungen die hier ausgeschriebenen Ausdrücke, womit die relative Größenordnung der Vernachlässigungen ersichtlich wird.

Term bei λ_1

$$-\lambda_1 \frac{R_1}{X_1} \left\{ \frac{1}{\sigma} + 2 i_{1\alpha}^2 D_\sigma \right\}$$

Mit den Gleichungen (A 1.3), (A 1.5) und (A 1.6) ergibt sich

$$\frac{1}{\sigma} = 12,12 \quad (\text{A } 1.8)$$

$$\text{und } 2 i_{1\alpha}^2 D_\sigma < 4,48$$

Term bei λ_2

$$-\lambda_2 \left\{ \omega_1 + \frac{R_1}{X_1} 2 i_{1\beta} i_{1\alpha} \cdot D_\sigma \right\}$$

Bei Beschleunigungsvorgängen gilt etwa: $\omega_1 > 0,2$. Damit ergibt sich der Vergleich durch Einsetzen der Zahlenwerte aus (A 1.3), (A 1.4) und (A 1.6) zu

$$\omega_{1\min} \approx 0,2$$

$$\left| \frac{R_1}{X_1} 2 i_{1\beta} i_{1\alpha} D_\sigma \right| < 0,0572$$

Term bei λ_3

$$\lambda_3 \frac{R_2}{X_1} \left\{ \frac{X_h}{\sigma X_2} - 2 i_{2\alpha} i_{1\alpha} D_\sigma \right\}$$

$$\text{Damit ergibt der Vergleich: } \frac{X_h}{\sigma X_2} = 11,6$$

$$|2 i_{2\alpha} i_{1\alpha} D_\sigma| < 4,48$$

Term bei λ_4

$$-\lambda_4 \frac{R_2}{X_1} 2 i_{2\beta} i_{1\alpha} D_\sigma$$

Es ergibt sich für den Faktor bei λ_4 die Größenordnung

$$\left| \frac{R_2}{X_1} 2 i_{2\beta} i_{1\alpha} D_\sigma \right| < 0,0722.$$

Bei diesem Term fehlt ein additives Glied, mit dem ein direkter Vergleich möglich wäre. Ein Vergleich dieses mit λ_4 verknüpften Terms mit jenen, welche mit λ_1 , λ_2 und λ_3 verknüpft sind, zeigt jedoch, daß bei Annahme gleicher Größenordnungen für λ_1 , λ_2 , λ_3 und λ_4 der vernachlässigte Term nur von untergeordneter Bedeutung bei der Bildung von $\dot{\lambda}_1$ ist.

Term bei λ_5

$$-\lambda_5 \frac{1}{T_A X_1} \left\{ \frac{X_n}{\sigma X_2} \psi_{2\beta} + 2 d_M i_{1\alpha} D_\sigma \right\}$$

Hier ergibt sich mit $|\psi_{2\beta}| > 0,8$ und $d_M \approx 3$ die Relation

$$\left| \frac{X_n}{\sigma X_2} \psi_{2\beta} \right| > 9,28$$

$$\left| 2 d_M i_{1\alpha} D_\sigma \right| < 4,48.$$

Wie die Abschätzung der notwendigerweise vernachlässigten Terme zeigt, liegen diese in einer Größenordnung, die eine Vernachlässigung aus streng mathematischer Sicht nicht zulassen würde. Es muß jedoch betont werden, daß die getroffenen Vernachlässigungen keinen Einfluß auf die Genauigkeit der Systemberechnung haben. Dagegen kann eine Auswirkung auf das Konvergenzverhalten nicht ausgeschlossen werden. Die Untersuchung des Konvergenzverhaltens und die durchgeführte Absicherung der Ergebnisse lassen jedoch den Schluß zu, daß diese Auswirkungen nur von untergeordneter Bedeutung sein können. So wurde auch kein Unterschied im Konvergenzverhalten bei Rechnung mit festem bzw. variablem Wert für σ festgestellt.

Anhang 2

Referenzergebnisse und Startfunktionen

Um eine Einschätzung und einen Vergleich der gewonnenen optimalen Steuerfunktionen auch in Hinblick auf die sich bei vollständig unregelter Maschine einstellenden Vorgänge zu ermöglichen, seien einige charakteristische dynamische Vorgänge angegeben.

In Bild A2.1 sind die Vorgänge beim gewöhnlichen Einschaltvorgang und unerregter Maschine (alle Anfangsbedingungen sind Null) gezeigt. Deutlich sind die charakteristischen Pendelungen in den Flüssen und der Drehzahl ersichtlich.

In Bild A2.2 und A2.3 sind der Drehzahlverlauf sowie die Strom- und Flußverläufe beim Reversiertvorgang bei Führung der Ständerspannung mit einem 180° -Phasensprung aufgetragen. Dieser Vorgang diente bei der Berechnung des Beispiels 11 als Startvorgang.

Bild A2.4 zeigt den Startvorgang für die Berechnung des Reversiertvorganges bei Führung der Ständerspannung ohne Phasensprung. Deutlich ist das Kippen der Maschine am Nulldurchgang der Drehzahl zu erkennen. Auf Grund des Fehlens des Phasensprunges sind die Phasenverhältnisse zwischen dem Ständerspannungsraumzeiger und den Flußraumzeigern nur beim Bremsvorgang richtig. Nach dem Nulldurchgang der Drehzahl steht dagegen der Ständerspannungsraumzeiger nahezu in Phasenopposition zur notwendigen Lage, was starke Überhöhungen in den Flüssen $|\Psi_1| > 2$ z.T. mit Übersteuerung der Rechenschaltung hervorruft. Auch aus diesem Startvorgang, der die Verhältnisse der realen Maschine für $t > 70$ msec nur noch bedingt wiedergibt, vermag das Gradientenverfahren noch eine konvergente Lösung herbeizuführen: Beispiel 12.

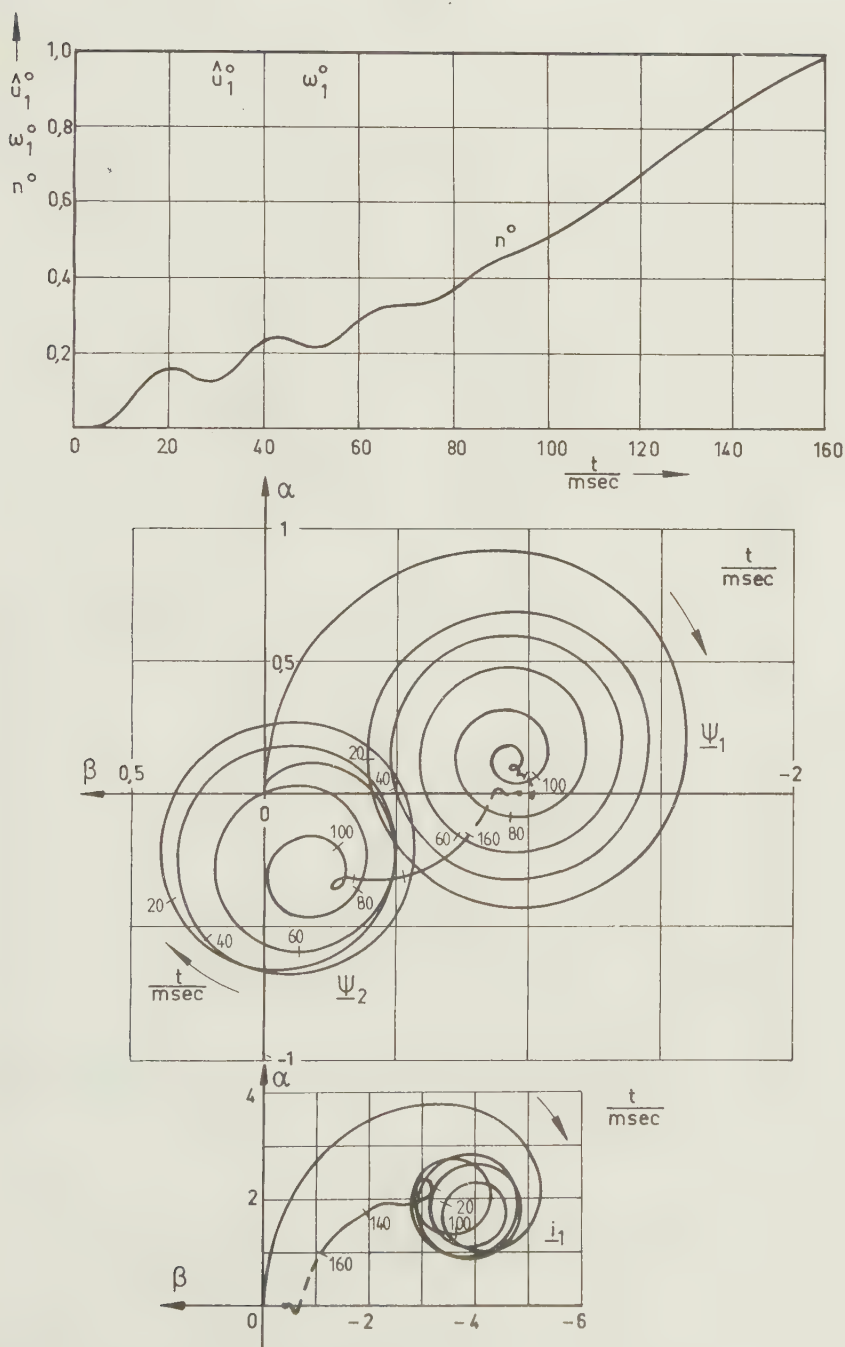


Bild A2.1 Der normale Einschaltvorgang mit $\hat{u}_1(t) \equiv \omega_1(t) \equiv 1$

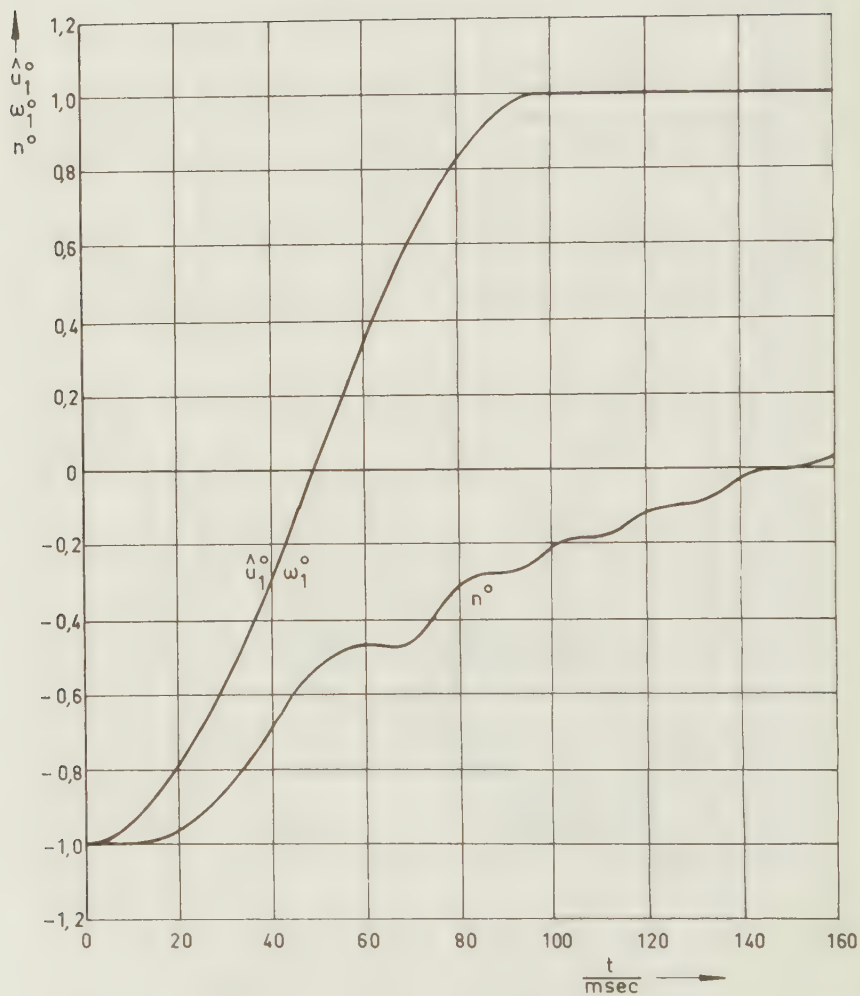


Bild A2.2 Der Startvorgang $n^0(t)$ zum Reversiervorgang Beispiel 11

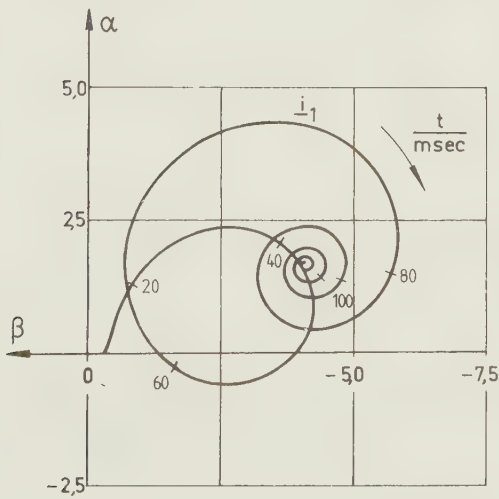
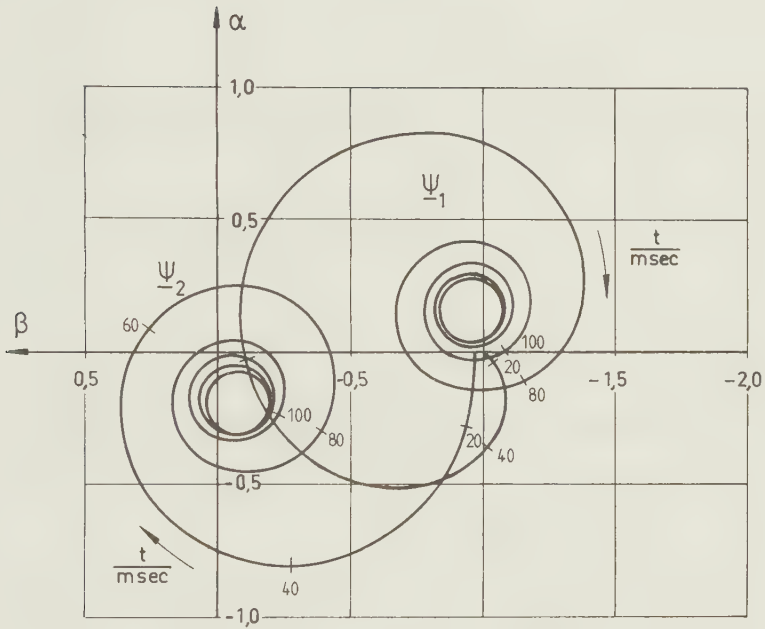


Bild A2.3 Die Bewegung der Raumzeiger $\underline{\psi}_1(t)$, $\underline{\psi}_2(t)$ und $\underline{i}_1(t)$ beim Startvorgang in Bild A2.2

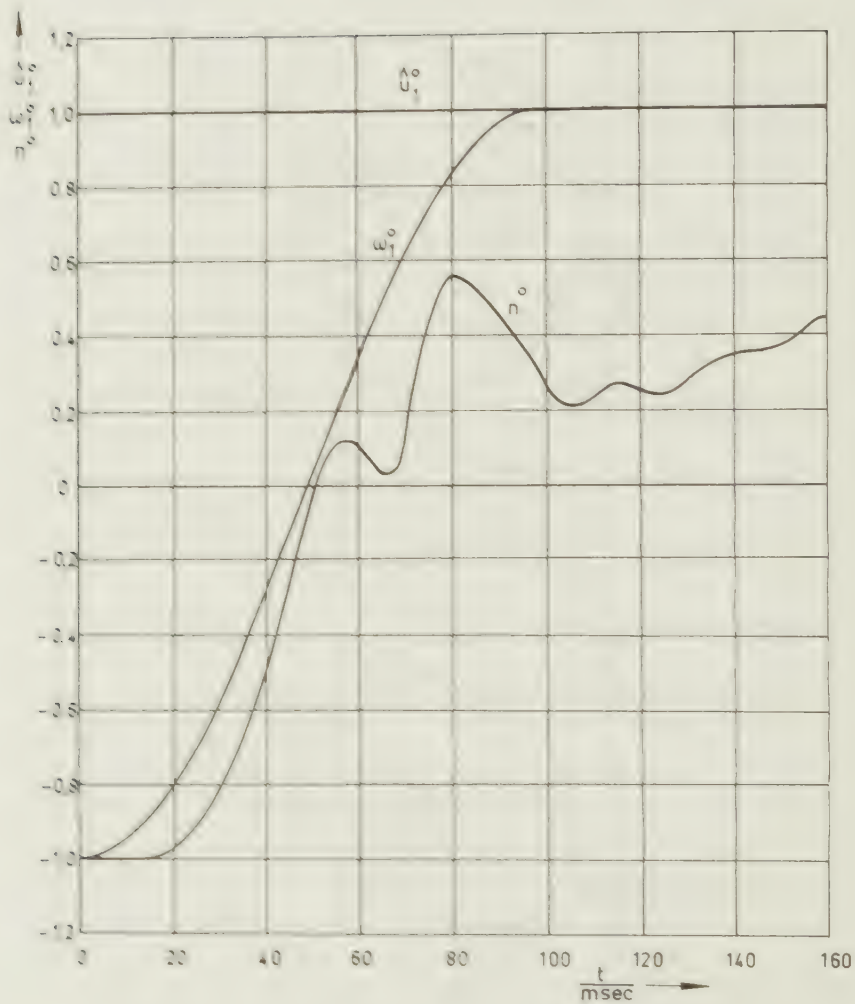


Bild 11.9 Der Startvorgang $n^{\circ} 1$ zum Reversiervorgang Beispiel 1.2

Anhang 3

Daten des betrachteten Asynchronmotors

Nennleistung $P_N = 10 \text{ kW}$

Nennspannung $U_N = 220 \text{ V}$

Nennstrom $I_N = 21 \text{ A}$

Polpaarzahl $Z_p = 2$

Nennfrequenz $f_N = 50 \text{ Hz}$

Die normierten Maschinenparameter haben bei einem konstanten Sättigungszustand ($I_1 = 4$) folgende Werte

$$R_1 = 0,04$$

$$R_2 = 0,0505$$

$$X_1 = X_2 = 2,61$$

$$X_h = 2,5$$

$$\sigma = 0,0825$$

$$\omega_{2k} = 0,235$$

Anhang 4

Zusammenstellung der Normierungsfaktoren des per unit Systems.

Es gelten mit U_N Nennstrangspannung,
 I_N Nennstrangstrom,
 f_N Nennfrequenz folgende Normierungen:

$$\text{Spannung} \quad u_{p.u.} = \frac{u}{\sqrt{2} I_N}$$

$$\text{Strom} \quad i_{p.u.} = \frac{i}{\sqrt{2} I_N}$$

$$\text{Leistung} \quad P_{p.u.} = \frac{P}{3 U_N I_N}$$

$$\text{Winkelgeschwindigkeit} \quad \omega_{p.u.} = \frac{\omega}{2\pi f_N}$$

$$\text{Drehzahl} \quad n_{p.u.} = \frac{n Z_P}{f_N}$$

$$\text{Frequenz} \quad f_{p.u.} = \frac{f}{f_N}$$

$$\text{Drehmoment} \quad d_{Mp.u.} = \frac{d_M 2\pi f_N}{3 U_N I_N Z_P}$$

$$\text{Zeit} \quad t_{p.u.} = t \cdot 2\pi f_N$$

$$\text{Anlaufzeit} \quad T_A = \frac{(2\pi f_N)^3 \Theta}{3 U_N I_N Z_P^2}$$

$$\text{Winkel (elektrisch)} \quad \lambda_{p.u.} = \lambda$$

$$\vartheta_{p.u.} = \vartheta$$

Die Normierungen für Widerstände und Reaktanzen ergeben sich durch

$$\text{die Nennimpedanz} \quad Z_N = \frac{U_N}{I_N}$$

zu

$$R_{p.u.} = \frac{R}{Z_N}$$

$$X_{p.u.} = \frac{X}{Z_N}$$

Lebenslauf

Persönliches

Christof Meier, geb. am 22.1.1945 in Seitendorf, Schlesien als Sohn des Tischlermeisters Georg Meier und seiner Ehefrau Rosalie Meier, geb. Tilk. Seit 4.5.1973 verheiratet mit Anita Meier, geb. Röhrig.

Schulbildung

1951 - 1954 Volksschule in Firrel.
1955 - 1961 Mittelschule in Wiesmoor.
1965 - 1968 Ingenieurschule in Wilhelmshaven.
Fachgebundene Hochschulreifeprüfung
am 17.7.1968.

Praktische Tätigkeit

Ausbildung zum Starkstromelektriker bei der Rheinstahl - Nordseewerke GmbH in Emden.
Abschluß: Facharbeiterprüfung 1964.
Facharbeit und Ergänzungspraktika im Elektromaschinenbau, Elektroinstallation, Schaltanlagenbau und Eisengießerei bei Firmen in Emden, Hamburg und Leer.
Laboringenieur bei der Firma Siemens in München.

Hochschulstudium

Ab Wintersemester 1968/69 Studium der Elektrotechnik an der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen - Nürnberg.
Abschluß: 5.12.1973 Diplom-Ingenieur-Hauptprüfung.

Wissenschaftliche Tätigkeit

Seit dem 1.1.1974 Wissenschaftlicher Mitarbeiter und seit dem 1.10.1974 Wissenschaftlicher Assistent am Institut für Elektrische Antriebe und Steuerungen der Universität Erlangen.

Christof Meier

Buchdruck – Offsetdruck

Karl Döres, 852 Erlangen, Jägerstr. 3 · Tel. 2 15 21